

ЗАТВЕРДЖЕНО

Наказ Вищого навчального закладу  
Укоопспілки «Полтавський університет  
економіки і торгівлі»

08 липня 2015 року № 152-Н

Форма № П-4.04

**ВЫСШЕЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ УКООПСОЮЗА  
«ПОЛТАВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭКОНОМИКИ И ТОРГОВЛИ»**

Учебно-научный институт бизнеса и современных технологий

Форма обучения: дневная

Кафедра экономической кибернетики, бизнес-экономики и информационных систем

Допускается к защите

Заведующий кафедры \_\_\_\_\_ Н. Е. Рогоза

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.

**МАГИСТЕРСКАЯ РАБОТА**

*на тему:*

**«Экономико-математическое моделирование демографических процессов»**

по специальности 051 Экономика, учебная программа «Экономическая кибернетика»

**Исполнитель работы: Мохамед Даоу**

Подпись \_\_\_\_\_

Дата «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

**Научный руководитель: Вергал Ксения Юрьевна, к. э. н., доцент**

Подпись \_\_\_\_\_

Дата «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

**Рецензент** \_\_\_\_\_

(прізвище, ім'я, по батькові)

Полтава 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ПРОГНОЗНОЙ МОДЕЛИ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ .....	4
1.1. Сущность прогнозной модели.....	4
1.2. Статистические методы прогнозирования .....	10
1.3. Качественный анализ модели .....	18
Выводы к разделу 1.....	24
РАЗДЕЛ 2. АНАЛИЗ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	27
2.1. Динамика глобальной демографии.....	27
2.2. Демографические тенденции в Украине.....	37
2.3. Демографические проблемы Коморских островов .....	43
Выводы.....	50
РАЗДЕЛ 3. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ .....	52
3.1. Прогнозная модель демографических процессов Украины .....	52
3.2. Прогнозная модель количества населения Коморских островов .....	67
Выводы к разделу 3.....	72
ВЫВОДЫ.....	74
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	76

## ВСТУПЛЕНИЕ

Экономическое моделирование – это один из важных современных инструментов оценки влияния технологий на экономический сектор с целью получения оптимального решения. Экономические оценки могут основываться на нескольких различных подходах к моделированию, каждый из которых имеет свои сильные и слабые стороны. Актуальность использования экономико-математических моделей в целях изучения демографии связано с необходимостью изучения популяционных и миграционных процессов, а также для дальнейшего планирования и осуществления экономического и социального развития страны. Демографические прогнозы широко используются при подготовке и обосновании прогнозов регионов, определении потребностей населения в услугах образования, здравоохранения, жилищно-коммунального хозяйства. Что и определило актуальность данного исследования.

Объект исследования являются демографические процессы

Предмет исследования: экономико-математическое моделирование демографических процессов

В соответствии с целью исследования ставятся следующие задачи:

1. Проанализировать сущность математической модели, методы прогнозирования на основе математических моделей.
2. Исследовать подходы к оцениванию адекватности модели.
3. Исследовать демографические тенденции в Украине.
4. Исследовать демографические тенденции на Коморских островах.
5. Построить прогнозную модель количества населения в Украине.
6. Построить прогнозную модель количества населения Коморских островов.

Методы исследования: при выполнении исследования курсовой работы использованы следующие методы: анализа и синтеза, индукции и дедукции,

сравнительного анализа, обобщения, экономико-математического моделирования, корреляционно-регрессионного анализа.

Структура дипломной работы. Курсовая работа состоит из трех разделов. В первой главе исследуются теоретические положения, определяющие содержание понятия «прогнозная модель», этапы построения прогнозной модели, анализируются методы построения прогнозной модели, подаются теоретические аспекты оценивания качества и адекватности модели. Во втором разделе анализируются глобальные демографические проблемы, исследуются демографические тенденции Украины и Коморских островов. В третьем разделе строится прогнозная модель количества населения в Украине и Коморских островов.

## **РАЗДЕЛ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ПРОГНОЗНОЙ МОДЕЛИ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

### **1.1. Сущность прогнознoй модели**

Трудно представить себе современную науку без широкого применения моделирования, а именно заменой исходного объекта его «образом» – моделью. Модель (лат. *modulus* мера) – это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала. В качестве требований, предъявляемых к модели, можно определить такие, как адекватность, полнота-простота и эффективность.

Основное требование, которому должна удовлетворять модель, это адекватность объекту. Модель адекватна объекту, если результаты моделирования подтверждаются на практике и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах. Адекватность модели зависит от цели моделирования и принятых критериев. Моделирование решает задачи изучения и исследования объектов, прогнозирования, предсказания функционирования систем, синтеза структуры, параметров и алгоритмов управления систем [1, 2]. На рис. 1.1 приведен один из примеров классификации видов моделирования.

При полном моделировании модели идентичны объекту во времени и пространстве. Для неполного моделирования эта идентичность не сохраняется. В основе приближенного моделирования лежит подобие, при котором некоторые стороны реального объекта не моделируются совсем. Детерминированное моделирование отображает процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий. Стохастическое моделирование учитывает вероятностные процессы и события. Статическое моделирование служит для описания состояния объекта в фиксированный момент времени, а динамическое – для исследования объекта во времени.

Мысленное моделирование применяется тогда, когда модели не реализуемы в заданном интервале времени либо отсутствуют условия для их физического создания. При наглядном моделировании на базе представлений человека о реальных объектах создаются наглядные модели, отображающие явления и процессы, протекающие в объекте. В основу гипотетического моделирования закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта [13].



Рис. 1.1. Классификация видов моделирования [17]

Существует также и классификация моделей управления. Наиболее типичными являются функциональные модели, модели физических процессов, экономические модели, процедурные модели.

**Функциональные модели** описывают функции, выполняемые основными составными частями системы или управляемого процесса. Эти модели составляются в начале исследования системы или проведения

модельного эксперимента. Правильнее называть такие модели структурно-функциональными. Это название подчеркивает сущность такого рода моделей [26].

**Модель физического процесса** определяет математические зависимости между переменными физического процесса производства. Например, это могут быть технологические параметры: температура, давление т.д. В соответствии с характером изучаемого процесса эти модели могут быть непрерывными и дискретными во времени, детерминированными и статистическими. По способу получения они могут быть аналитическими и экспериментальными [26].

**Экономические модели** определяют зависимости между различными экономическими показателями изучаемого процесса или системы, различного рода ограничения, накладываемые на экономические показатели, критерии, позволяющие оптимизировать процесс. Они могут иметь вид формул и уравнений, а также формулироваться в алгоритмической записи [26].

Такие модели подразделяются на плановые и производственные.

**Плановые модели** служат целям оптимизации разрабатываемого плана. К этому классу относятся модели прогнозирования. Плановые экономические модели должны обеспечивать количественную оценку различным вариантам плана в соответствии с заложенным в модель критерием оптимальности.

**Производственные модели** определяют взаимосвязь экономических показателей с параметрами процесса в ходе его развития. Они предназначены для использования в процессе оперативного управления системой.

**Процедурные модели** описывают операционные характеристики систем, т.е. порядок и содержание управленческих воздействий. Наиболее важными для прогнозирования являются информационные модели, относящиеся к этому классу моделей. Информационные модели определяют структуру информационных потоков в системе, содержание, формат,

скорость обработки информации, основные этапы прохождения информации и контроля за ней.

Таким образом, прогностические модели по форме перекрывают весь диапазон современных видов, известных в моделировании от формальных математических моделей до имитационных, экспертных моделей .

**Основными средствами выражения** современных моделей прогнозирования являются такие формы [30]:

1. **Словесное описание** – наиболее простой и неформальный способ задания моделей. Он доступен для понимания, но неоднозначен и имеет ограниченное применение на самых ранних этапах разработки модели.

2. **Графическое представление** в виде кривых, номограмм, чертежей. Этот способ используется в качестве дополнений к другим способам задания моделей.

3. **Блок-схемы, матрицы решений** – один из наиболее распространенных способов описания моделей, особенно их структуры или логической части. Они используются на промежуточной стадии создания модели между её словесным и математическим описанием.

4. **Математическое описание** – это описание модели в виде формул и математических операций над переменными. Сюда относится алгоритмическое описание, которое может использоваться для представления модели объекта, не имеющего аналитического описания.

5. **Программное описание** – это описание объекта, пригодное непосредственно в кодах машин.

В **прогностических** моделях большое значение по сравнению с моделями вообще имеют графическое представление и математическое описание. Это связано с широким распространением методов экстраполяции и интерполяции в прогнозных исследованиях. Поэтому графическая интерпретация моделей экстраполяции в большинстве случаев служит обоснованием выбора математического описания [30].



Другим важным графическим представлением, имеющим большое значение в прогнозировании, являются графы, особенно вида деревьев. Они используются, как правило, в нормативном прогнозировании.

Сложность модели ограничивается её стоимостью и временем создания. Точность определяется требованиями исследования. В процессе создания модели находят разумный компромисс между ними.

2. Баланс точностей, который подразумевает [33]:

а) соразмерность систематической погрешности моделирования и случайной погрешности в задании параметров описания (исходная неопределенность).

б) соответствие точностей отдельных элементов модели.

в) соответствие систематической погрешности моделирования и случайной погрешности при интерпретации и усреднении результатов.

3. Достаточное разнообразие элементов модели.

4. Наглядность модели для исследователя и потребителя. Согласно этому принципу привычная и «удобная» для исследователя модель обеспечивает получение более значительных результатов, чем «менее удобная» и наглядная.

5. Блочное представление модели. Реализация этого принципа сводится к следующим шагам по пути перехода от полного описания к упрощенной модели:

а) найти группы тесно связанных элементов наиболее полной модели, которые можно описать аналитически;

б) принять решение о существенности или несущественности каждого блока для данной задачи;

в) рассмотреть моделирование с учетом внесенных корректив.

6. Специализация моделей – это принцип, утверждающий целесообразность использования относительно малых подмоделей, предназначенных для анализа функционирования системы в узком диапазоне

условий, возможность неформального суждения о системе в целом по совокупности частных показателей.

К прогностической модели предъявляются следующие требования [30]:

Модель должна удовлетворять требованиям полноты, адаптивности, эволюционности. Она должна обеспечивать возможность включения достаточно диапазона изменений, добавлений, чтобы было возможно последовательное приближение к модели, удовлетворяющей исследователя по точности воспроизведения объекта.

Модель должна быть достаточно абстрактной, чтобы допускать варьирование большим числом переменных, но не настолько абстрактной, чтобы возникали сомнения в надежности и практической полезности полученных результатов.

Модель должна удовлетворять условиям, ограничивающим время решения задачи. С одной стороны, при краткосрочном прогнозировании для оперативного управления время решения определяется ритмом функционирования объекта. С другой - при расчетах плановых и прогнозных моделей, не синхронизированных жестко по времени с объектом, возникает вопрос исключения чрезмерных затрат машинного времени.

Модель должна ориентироваться на реализацию с помощью существующих технических средств, т.е. быть физически осуществимой на данном уровне развития техники.

Модель должна обеспечивать получение полезной информации об объекте в плане поставленной задачи исследования. Поэтому в большинстве случаев экономико-математические модели строятся для оптимизации моделируемых процессов, это требование можно понимать как требование оптимизируемости прогнозной модели. Информация, получаемая с помощью модели должна обеспечивать расчет значений целевой функции и позволять определять её экстремальное значение. В качестве целевой функции в прогнозных моделях может выступать функция достоверности, точности прогноза либо минимизации затрат на их разработку.

Модель должна строиться с использованием установившейся терминологии.

Модель должна предусматривать возможность проверки истинности, соответствия её оригиналу. Формальная проверка заключается в сравнении определенных свойств оригинала и модели. Для этого необходимо иметь функционирующий оригинальных.

## 1.2. Статистические методы прогнозирования

Статистические методы прогнозирования – это научные методы описания и изучения массовых явлений, допускающих количественное (численное) выражение. Слово «статистика» (от итал. stato – государство) имеет общий корень со словом «государство». Первоначально оно относилось к науке управления и означало сбор данных о некоторых параметрах жизнедеятельности государства. Со временем статистика стала охватывать сбор, обработку и анализ данных о массовых явлениях вообще; ныне статистические методы охватывают собою практически все области знаний и жизнедеятельности общества [24].

Статистические методы включают в себя и экспериментальное, и теоретическое начала. Статистика исходит прежде всего из опыта; не даром ее зачастую определяют как науку об общих способах обработки результатов эксперимента. Обработка массовых опытных данных представляет самостоятельную задачу. Иногда простая регистрация некоторых рядов наблюдений приводит к тому или иному значимому выводу. Так, если в некоторой стране из года в год растет объем валового внутреннего продукта, то это говорит об ее устойчивом развитии. Однако в большинстве случаев для обработки опытного статистического материала используются математические модели исследуемого явления, основу которых составляют идеи и методы теории вероятностей. Теория вероятностей есть наука о

массовых случайных явлениях. Массовость означает, что исследуются огромные количества однородных явлений (объектов, процессов). Случайность же означает, что значение рассматриваемого параметра отдельного явления (объекта) в своей основе не зависит и не определяется значениями этого параметра у других явлений, входящих в ту же совокупность [27].

Основной характеристикой массового случайного явления является распределение вероятностей. Теорию вероятностей можно определить как науку о вероятностных распределениях – их свойствах, видах, законах взаимосвязей, распределении величин, характеризующих исследуемый объект, и законах изменения распределений во времени. Так, говорят о распределении молекул газа по скоростям, о распределениях доходов граждан в некотором обществе и т.д. Эмпирически задаваемые распределения соотносятся с т.н. генеральной совокупностью, т.е. с наиболее полным теоретическим описанием распределений соответствующих массовых явлений. При этом во многих случаях бывает нецелесообразно «перебирать» все элементы рассматриваемых совокупностей либо в силу чрезвычайно большого их числа, либо в силу того, что при наличии некоторого числа «перебранных» элементов учет новых не внесет существенных изменений в общие результаты. Для этих случаев разработан специальный выборочный метод исследования общих свойств статистических систем на основе изучения лишь части соответствующих элементов, взятых на выборку. Так, при оценке политических симпатий граждан некоторого региона или страны перед предстоящими выборами невозможно проводить сплошной опрос граждан. В этих случаях и прибегают к выборочному методу. Чтобы выборочное распределение достаточно надежно характеризовало исследуемую систему, оно должно удовлетворять специальным условиям репрезентативности. Репрезентативность требует случайного выбора элементов и учета макроструктуры всего массового явления [23].

Распределения представляют наиболее общую характеристику массовых случайных явлений. Задание исходного распределения нередко предполагает построение математической модели соответствующих областей действительности. Построение и анализ таких моделей и составляет основную направленность статистических методов. Построенная математическая модель, в свою очередь, указывает, какие переменные следует измерять и какие из них имеют основное значение. Но главное в построении математической модели состоит в объяснении исследуемых явлений и процессов. Если модель достаточно полна, то она описывает зависимости между основными параметрами этих явлений.

Статистические методы в естествознании породили многие научные теории, привели к разработке важнейших фундаментальных направлений исследования – классической статистической физики, генетики, квантовой теории, теории цепных химических реакций и др. Следует, однако, отметить, что во многих случаях исходные вероятностные распределения задаются не путем непосредственной обработки массового материала. Вероятностная гипотеза чаще всего вводится гипотетически, косвенно, на основе теоретических предпосылок. Так, в учение о газах предположение о существовании вероятностных распределений было введено как гипотеза, на основе допущений о «молекулярном беспорядке». Возможность подобного задания вероятностных распределений и проверки их справедливости обусловлена характером и природой самих распределений, математическое выражение которых обладает самостоятельными характеристиками, достаточно независимыми от конкретных значений элементов. Особые сложности возникают при применении статистических методов в изучении социальных явлений. Анализ общих направлений социальных процессов и внутренних механизмов, вызывающих конкретные статистические результаты, необычайно трудоемок. Так, благосостояние людей характеризуется весьма многими параметрами и соответствующими распределениями – уровнем доходов, участием в общественно-полезном

труде, уровне образования и здравоохранения и др. показателями жизнедеятельности человека. Выявление взаимосвязи этих распределений и тенденций их изменения требует решения многих сложных задач. Состояние общества можно определить через такие параметры, как внутренний валовый продукт, потребление энергии на душу населения, расслоение общества по доходам и т.п. Вместе с тем общество представляет собой необычайно сложную систему, а познание сложных систем основывается на разработке многих моделей, выражающих различные аспекты их структуры и функционирования. Соответственно, для более полной характеристики состояния общества требуется оперировать весьма многими параметрами и их распределениями. Так, говорят об экономической, производственной, сельскохозяйственной, социальной и многих других статистиках. Для объединения данных этих статистик в единую целостную картину необходимо выявление субординации, иерархии параметров, характеризующих состояние общества.

Таблица 1.1

## Виды прогнозов [21]

Признаки классификации прогнозов	Виды прогнозов
Временной охват (горизонт прогнозирования)	краткосрочные среднесрочные долгосрочные
Типы прогнозирования	экстраполятивное альтернативное
Степень вероятности будущих событий	вариантные инвариантные
Способ представления результатов прогноза	точечные интервальные

Вторым методом, распространенным в моделировании является регрессионный метод. Термин «регрессия» был введен Фрэнсисом Гальтоном в конце 19-го века. Гальтон обнаружил, что дети родителей с высоким или низким ростом обычно не наследуют выдающийся рост и назвал этот феномен «регрессия к посредственности». Сначала этот термин использовался исключительно в биологическом смысле. После работ Карла Пирсона этот термин стали использовать и в статистике.

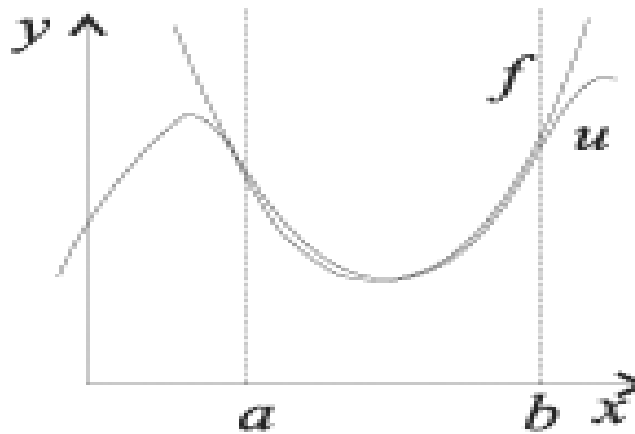


Рис. 1.2. Аппроксимация функций [5]

Аппроксимация функций: непрерывная функция  $f$  приближает непрерывную или дискретную функцию  $u$ .

В статистической литературе различают регрессию с участием одной свободной переменной и с несколькими свободными переменными — *одномерную* и *многомерную* регрессию. Предполагается, что мы используем несколько свободных переменных, то есть, свободная переменная — вектор  $x \in \mathbb{R}^N$ . В частных случаях, когда свободная переменная является скаляром, она будет обозначаться  $x$ . Различают *линейную* и *нелинейную* регрессию. Если регрессионную модель не является линейной комбинацией функций от параметров, то говорят о нелинейной регрессии. При этом модель может быть произвольной суперпозицией функций  $\mathcal{F}$  из некоторого набора. Нелинейными моделями являются, экспоненциальные, тригонометрические

и другие (например, радиальные базисные функции или персептрон Розенблатта), полагающие зависимость между параметрами и зависимой переменной нелинейной [4].

Различают *параметрическую* и *непараметрическую* регрессию. Строгую границу между этими двумя типами регрессий провести сложно. Сейчас не существует общепринятого критерия отличия одного типа моделей от другого. Например, считается, что линейные модели являются параметрическими, а модели, включающие усреднение зависимой переменной по пространству свободной переменной — непараметрическими. Пример параметрической регрессионной модели: линейный предиктор, многослойный персептрон. Примеры смешанной регрессионной модели: функции радиального базиса. Непараметрическая модель — скользящее усреднение в окне некоторой ширины. В целом, непараметрическая регрессия отличается от параметрической тем, что зависимая переменная зависит не от одного значения свободной переменной, а от некоторой заданной окрестности этого значения [3].

Регрессия — зависимость математического ожидания (например, среднего значения) случайной величины от одной или нескольких других случайных величин (свободных переменных) [6], то есть

$$E(y|x) = f(x).$$

Регрессионным анализом называется поиск такой функции  $f$ , которая описывает эту зависимость. Регрессия может быть представлена в виде суммы неслучайной и случайной составляющих.

$$y = f(x) + \nu,$$

где  $f$  — функция регрессионной зависимости,

а  $\nu$  — аддитивная случайная величина с нулевым матожиданием.

Предположение о характере распределения этой величины называется гипотезой порождения данных. Обычно предполагается, что величина  $\nu$



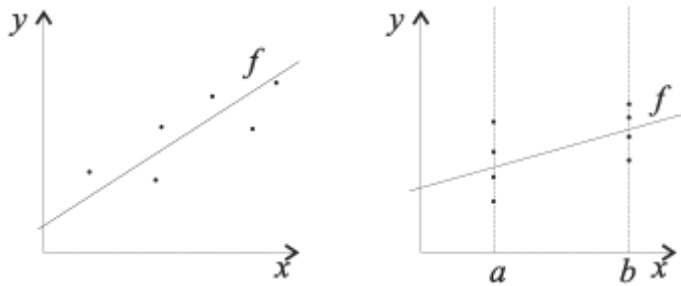
имеет гауссово распределение с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_v^2$ . Задача нахождения регрессионной модели нескольких свободных переменных ставится следующим образом.

Задана выборка — множество  $\{x_1, \dots, x_N | x \in \mathbb{R}^M\}$  значений свободных переменных и множество  $\{y_1, \dots, y_N | y \in \mathbb{R}\}$  соответствующих им значений зависимой переменной [8].

Эти множества обозначаются как  $D$ , множество исходных данных  $\{(x, y)_i\}$ . Задана регрессионная модель — параметрическое семейство функций  $f(w, x)$  зависящая от параметров  $w \in \mathbb{R}$  и свободных переменных  $x$ . Требуется найти наиболее вероятные параметры  $\bar{w}$ :

$$\bar{w} = \arg \max_{w \in \mathbb{R}^W} p(y|x, w, f) = p(D|w, f).$$

Функция вероятности  $P$  зависит от гипотезы порождения данных и задается Байесовским выводом или методом наибольшего правдоподобия.



Выборка может быть не функцией, а отношением. Например, данные для построения регрессии могут быть такими:  $\{(0,0), (0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (1,3)\}$ . В такой выборке одному значению переменной  $x$  соответствует несколько значений переменной  $y$ .

Линейная регрессия предполагает, что функция  $f$  зависит от параметров  $w$  линейно. При этом линейная зависимость от свободной переменной  $x$  необязательна,

$$y = f(w, x) + v = \sum_{j=1}^N w_j g_j(x) + v.$$

В случае, когда функция  $g \equiv \text{id}$  линейная регрессия имеет вид

$$y = \sum_{j=1}^N w_j x_j + \nu = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + \nu,$$

где  $x_j$  — компоненты вектора  $\mathbf{x}$ .

Значения параметров в случае линейной регрессии находят с помощью метода наименьших квадратов. Использование этого метода обосновано предположением о гауссовском распределении случайной переменной.

Разности  $y_i - f(x_i)$  между фактическими значениями зависимой переменной и восстановленными называются регрессионными остатками (résiduels). Одной из важных оценок критерия качества полученной зависимости является сумма квадратов остатков:

$$SSE = \|f(x_i) - y_i\|_2^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - f(\mathbf{w}, x_i))^2,$$

где  $SSE$  — Sum of Squared Errors.

Дисперсия остатков вычисляется по формуле

$$\hat{\sigma}_\nu^2 = \frac{SSE}{N-2} = MSE.$$

где  $MSE$  — Mean Square Error, среднеквадратичная ошибка.

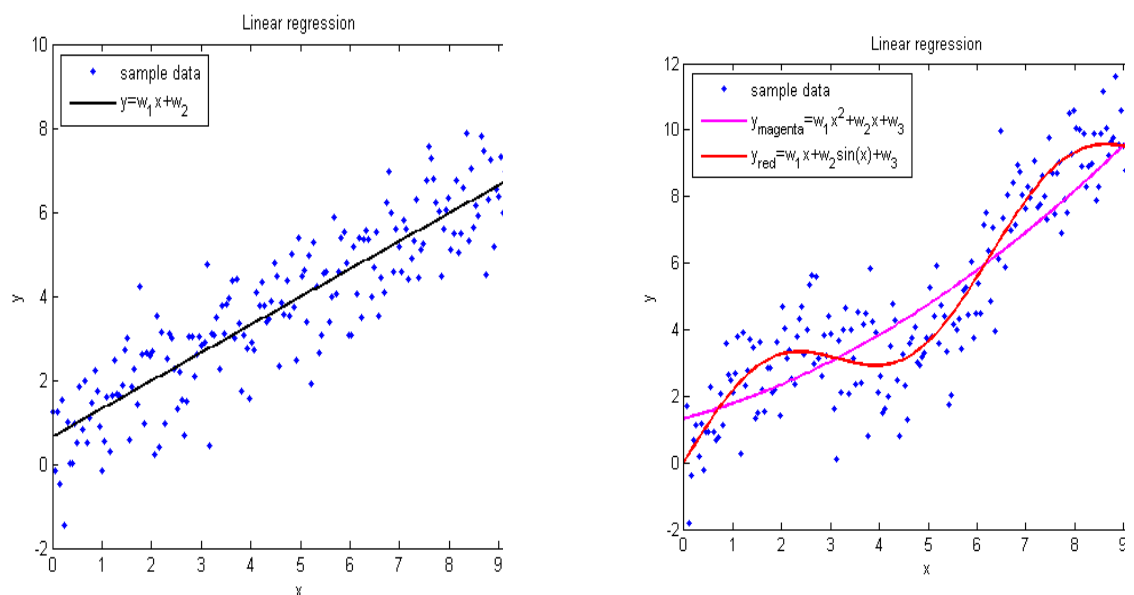


Рис. 2.2. Графики регрессионной зависимости [14]

На графиках представлены выборки, обозначенные синими точками, и регрессионные зависимости, обозначенные сплошными линиями. По оси абсцисс отложена свободная переменная, а по оси ординат — зависимая. Все три зависимости линейных относительно параметров.

Нелинейные регрессионные модели — модели вида

$$y = f(w, x) + \nu,$$

которые не могут быть представлены в виде скалярного произведения

$$f(w, x) = (w, g(x)) = \sum_{i=1}^n w_i g_i(x),$$

где  $w = [w_1, \dots, w_n]$  — параметры регрессионной модели,  $x$  — свободная переменная из пространства  $\mathbb{R}^n$ ,  $y$  — зависимая переменная,  $\nu$  — случайная величина и  $g = [g_1, \dots, g_n]$  — функция из некоторого заданного множества.

Значения параметров в случае нелинейной регрессии находят с помощью одного из методов градиентного спуска, например алгоритма Левенберга-Марквардта [25].

### 1.3. Качественный анализ модели

Модель тренда считается адекватной, если она правильно отражает систематические компоненты временного ряда. Это требование эквивалентно требованию насыщения остаточного компонента.

Существует некоторая форма случайности колебаний уровней остаточной последовательности, которые можно проверить с помощью пикового критерия. Общее количество точек поворота для оставшейся последовательности обозначено  $p$ . В случайной выборке. Математики описания опорных точек

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(n - 2).$$

В математической статистике и теории вероятностей в жизни человека учитывается наиболее широко используемый показатель дисперсии, то есть отклонение от среднего. у нас есть формула сброса [29].

Критерием случайности с уровнем значимости 5% является достижение неравенства:

$$p > \left| \bar{p} - 1,96\sqrt{\sigma_p^2} \right|.$$

Если это неравенство не выполняется, модель тренда считается неадекватной.

Проверка на равенство математического ожидания случайной составляющей в нуле. Он проводится на основе t-критерия Стьюдента. Расчетное значение дается по формуле [31]:

$$t = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_{\varepsilon}} \sqrt{n}.$$

где  $\bar{\varepsilon}$  - ср. арифметика. значение линейных уровней;

$S_{\varepsilon}$  - стандартное отклонение для этой последовательности.

Если вычисленное значение  $t$  меньше табличного значения  $t_{\alpha}$  статистики учащихся с заданным уровнем значимости  $\alpha$  и числом степеней свободы  $(n-1)$ , то допущение, что математическое ожидание равно нулю принято. Если, наоборот, отклоненная модель считается неадекватной.

Проверка отсутствие значительной автокорреляции в остаточном компоненте по критерию Дарбина-Ватсона [32, 33]. Расчетное значение этого критерий определяется по формуле

$$d = \left[ \sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2 \right] / \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2.$$

Делается вывод об адекватности модели тренда, если проверки свойств, приведенные выше, дают положительный результат.

Для адекватных моделей имеет смысл определить задачу оценки точности. Точность модели характеризуется отклонением выходных данных модели по сравнению с реальным значением моделируемой переменной.

В качестве показателей статистических точности используются следующим статистических данные: стандартное отклонение, средняя относительная погрешность аппроксимации, Коэффициент сходимости, коэффициент детерминации.  $n$  - количество уровней ряда,  $k$  - количество определяемых параметров модели,  $y_t$  - оценка уровней ряда в соответствии с моделью,  $y_{av}$  - среднее арифметическое уровней уровня ряда.

Прогнозирование развития изучаемого показателя на основе лучшей модели предполагает расчет точечного и интервального прогнозов [19].

*Точечный* прогноз: называется единственное значение прогнозируемого показателя.

*Интервальный* прогноз: расчет доверительного интервала.

Т.к. наличие аномальных наблюдений приводит к искажению результатов моделирования, то необходимо убедиться в отсутствии аномальных данных. Для диагностики разработаны разные критерии, например *метод Ирвина*. Для всех или только для подозреваемых в аномальности наблюдений вычисляется величина  $\lambda_t$ :

$$\lambda_t = |y_t - y_{t-1}| / S_y.$$

Если рассчитанная величина  $\lambda_t$  превышает табл. уровень, то  $y_t$  считается аномальным. Аномальные наблюдения необходимо исключить из временного ряда и заменить их расчетными значениями (среднее из двух соседних).

Качество модели оценивается стандартным для математических моделей способом: по адекватности и точности по результатам анализа остатков регрессии  $e$ . Расчетные значения получаются путем подстановки фактических значений всех факторов, включенных в модель.

Анализ остатков позволяет получить представление, насколько хорошо подобрана сама модель и насколько правильно выбран метод оценки коэффициентов. Согласно общим предположениям регрессионного анализа, остатки должны вести себя как независимые (в действительности почти независимые), одинаково распределенные случайные величины. В

классических методах регрессионного анализа предполагается также нормальный закон распределения остатков. Независимость остатков проверяется с помощью критерия Дарбина-Уотсона.

Исследование остатков полезно начинать с изучения их графика. Он может показать наличие какой-то зависимости, не учтенной в модели. Скажем, при подборе простой линейной зависимости между  $Y_i$  и  $X_i$  график остатков может показать необходимость перехода к нелинейной модели (квадратичной, полиномиальной, экспоненциальной) или включения в модель периодических компонент.

График остатков хорошо показывает и резко отклоняющиеся от модели наблюдения - выбросы. Подобным аномальным наблюдениям надо уделять особо пристальное внимание, так как их присутствие может грубо исказить значения оценок. Устранение эффектов выбросов может проводиться либо с помощью удаления этих точек из анализируемых данных (эта процедура называется цензурированием), либо с помощью применения методов оценивания параметров, устойчивых к подобным грубым отклонениям [18].

Остаточный анализ позволяет получить представление о подгонке самой модели и выборе метода оценки коэффициентов. В соответствии с общими допущениями регрессионного анализа остатки должны вести себя как независимые (фактически почти независимые) случайные величины с одинаковым распределением. В классических методах регрессионного анализа также предполагается нормальное распределение остатков. Независимость остатков проверяется с помощью теста Дарбина-Уотсона [23].

Помимо характеристик, рассмотренных выше, целесообразно использовать коэффициент множественной корреляции (индекс корреляции)  $R$ , а также характеристики смысла модели в целом и ее отдельных коэффициентов:

$$R = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Этот коэффициент универсален, потому что он отражает тесноту связи и точность модели, а также может использоваться для любой формы связи между переменными. При построении модели односторонней корреляции коэффициент множественной корреляции равен коэффициенту парной корреляции. Квадрат коэффициента множественной корреляции (индекса корреляции) ( $R^2$ ) называется коэффициентом детерминации.

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}.$$

Он показывает процент вариации эффективного признака, который находится под влиянием исследуемых факторов, т.е. определяет, какая часть вариации  $Y$  учтена в модели и обусловлена влиянием факторов на это. -этот.

В многомерной регрессии добавление дополнительных независимых переменных увеличивает коэффициент детерминации. Следовательно, коэффициент детерминации должен быть скорректирован с учетом количества независимых переменных. Скорректированный  $\hat{R}^2$ , или, рассчитывается следующим образом [24]:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k - 1}.$$

где  $n$  - количество наблюдений;  $k$  - количество независимых переменных.

Для измерения точности мы используем несмещенную оценку дисперсии остаточной составляющей, которая представляет собой отношение суммы квадратов уровней остаточной составляющей к значению  $(n-k-1)$ , где  $k$  - количество факторов включены в модель. Квадратный корень из этого значения ( $S$ ) называется стандартное ошибки оценки. Для проверки значимости регрессионной модели используется значение  $F$ , рассчитываемое как отношение дисперсии исходного ряда и несмещенной дисперсии остаточного компонента [24]:

$$F = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2)(n - k - 1)}.$$

Если значение, вычисленное с помощью  $k_1 = (n - 1)$  и  $k_2 = (n - k - 1)$  степеней свободы, больше табличного значения на данном уровне значимости, то модель считается значимой:

Если есть  $k$  независимых переменных, то будет  $k + 1$  коэффициентов регрессии (включая константу), поэтому количество степеней свободы будет  $n - k - 1$ .

Также желательно проанализировать значимость отдельных коэффициентов регрессии. Это делается в соответствии со статистикой  $t$  путем проверки гипотезы о том, что  $j$ -й параметр уравнения равен нулю (за исключением свободного члена):

$$t_{oj} = \frac{a_j}{S_{oj}}.$$

где  $S_{aj}$  - стандартное отклонение (среднеквадратическое отклонение) коэффициента уравнения регрессии  $a_j$ .

Величина  $S_{aj}$  является квадратным корнем из произведения несмещенной оценки дисперсии. Задайте  $j$ -й диагональный элемент обратной матрицы матрицы системы нормальных уравнений [22].

$$S_{oj} = S \sqrt{b_{jj}}.$$

где  $b_{jj}$  - диагональный элемента матрицы  $(X^T X)^{-1}$ .

Если рассчитанное значение критерия  $F$  с  $(n - k - 1)$  степенями свободы превышает его табличное значение при заданном уровне значимости, коэффициент регрессии считается значимым. В противном случае коэффициент, соответствующий этому коэффициенту, необходимо исключить из модели (при этом ее качество не ухудшится).

Коэффициенты регрессионной модели играют важную роль при оценке влияния факторов. Однако, используя их напрямую, невозможно сравнить



факторы по степени их влияния на зависимую переменную из-за разницы в единицах измерения и разной степени изменчивости. Чтобы устранить эти различия в интерпретации, мы используем средние парциальные коэффициенты эластичности  $E(j)$  и  $\beta$ -- коэффициенты  $\beta(j)$ , которые рассчитываются соответственно по формулам [18, 20]:

$$E(j) = a_j \frac{\bar{x}}{\bar{y}},$$

где  $S_{xj}$  - стандартное отклонение коэффициента  $j$ .

Коэффициент эластичности показывает, насколько изменяется зависимая переменная при изменении коэффициента  $j$  на 1%. Однако при этом не учитывается степень изменчивости факторов.

Бета-коэффициент показывает, какая часть стандартного отклонения  $S_y$  у зависимой переменной изменится с изменением соответствующей независимой переменной  $X$  на значение ее стандартного отклонения при фиксированном значении остальных независимых переменных на постоянном уровне.

Указанные коэффициенты позволяют классифицировать факторы в соответствии со степенью влияния факторов на зависимую переменную.

Выводы к разделу 1.

Каждый объект имеет большое количество различных свойств. В процессе построения модели выделяются главные, наиболее существенные из них. Модель – это некий новый объект, который отражает существенные особенности изучаемого объекта, явления или процесса. В общем виде прогнозную модель можно рассматривать как производную от метода, используемого для прогнозирования. В соответствии с этим существуют разных классификации прогнозной модели и разные подходы к ее представлению.

Среди множества возможных классов моделей наиболее интересными для научного, технического и экономического прогнозирования являются те, которые описывают: технические процессы, производственные процессы, экономические законы, процессы развития научных исследований.

Для того, чтобы прогноз был достоверным, модель должна удовлетворять требованиям полноты, адаптивности, эволюционности. Она должна обеспечивать возможность включения достаточно диапазона изменений, добавлений, чтобы было возможно последовательное приближение к модели, удовлетворяющей исследователя по точности воспроизведения объекта.

Можно считать, что прогнозирование является чуть ли не основной целью и задачей большого числа специалистов, занимающихся анализом данных. Выбор метода прогнозирования и его эффективность зависят от многих условий, и в частности от требуемой длины или времени прогнозирования.

Современные методы статистического прогнозирования позволяют с высокой точностью прогнозировать практически все возможные показатели. Краткосрочный прогноз характеризует собой прогноз «на завтра», то есть прогноз на несколько шагов вперед. Для него применяют практически все известные методы: экспоненциальное сглаживание, АРПСС (ARIMA) и нейронные сети.

Среднесрочный прогноз – это обычно прогноз на один или на половину сезонного цикла. Для него используют АРПСС и экспоненциальное сглаживание, которые позволяют отслеживать качество прогноза в зависимости от срока прогноза.

А при построении долгосрочного прогноза стандартные статистические методы прогнозирования практически не используют, и требуется использование комплексных подходов. Например, использование нейронных сетей или регрессионных моделей.

Одним из наиболее используемых методов прогнозирования является регрессионный анализ — метод моделирования измеряемых данных и исследования их свойств. Данные состоят из пар значений зависимой переменной (переменной отклика) и независимой переменной (объясняющей переменной). Регрессионная модель есть функция независимой переменной и параметров с добавленной случайной переменной. Параметры модели настраиваются таким образом, что модель наилучшим образом приближает данные. Критерием качества приближения (целевой функцией) обычно является среднеквадратичная ошибка: сумма квадратов разности значений модели и зависимой переменной для всех значений независимой переменной в качестве аргумента.

Качество модели оценивается стандартным для математических и экономических моделей способом: по ее адекватности и точности по результатам анализа остатков регрессии, чтобы знать взаимосвязь между современной математической и экономической моделью. Расчетные значения получены путем замены фактических значений всех факторов, включенных в модель. Остаточный анализ дает представление о соответствии самой модели и о выборе метода оценки коэффициентов для подтверждения реальной точки в экономике. В соответствии с общими допущениями регрессионного анализа остатки должны вести себя как независимые (фактически, почти независимые) случайные величины с одинаковым распределением. В классических методах регрессионного анализа также предполагается нормальное распределение остатков.

## РАЗДЕЛ 2. АНАЛИЗ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

### 2.1. Динамика глобальной демографии

Рост численности населения мира и масштабов производства в сочетании с нерациональными структурами потребления все более тяжелым бременем ложится на жизнеобеспечивающий потенциал нашей планеты. Эти взаимодействующие процессы влияют на использование атмосферы, земельных, водных, энергетических и других ресурсов. Без должного регулирования этой деятельности быстрорастущие города сталкиваются с серьезными экологическими проблемами. Рост числа и расширение границ городов заставляют уделять большее внимание деятельности местных органов управления и вопросам управления городским хозяйством. Ключевым элементом этой сложной системы взаимосвязей является человеческий фактор, который следует должным образом учитывать при разработке и осуществлении комплексной политики обеспечения устойчивого развития [11].

В настоящее время наблюдается перелом демографической динамики, доселе направленной на рост населения. Мир в целом оказывается на пороге тотальной депопуляции: в последней четверти XXI в. численность человечества, достигнув предельной величины примерно 8,5-9 млрд. чел., начнет уменьшаться. В 75 государствах в настоящее время суммарный коэффициент рождаемости ниже уровня простого замещения поколений (2,1 ребенка на одну женщину) - это 2,8 млрд. чел. или 40% населения мира (60 лет назад таких стран было всего 5). По среднему варианту прогноза ООН, выполненному в 2008 г., подобных малодетных стран в 2050 г. будет 147 (из 196), их население составит 76% от населения мира. По нижнему варианту прогноза ООН все страны мира станут малодетными уже в 2040 г., что фактически означает последующую депопуляцию всего мира.

Сегодня отрицательный прирост населения приобретает характер массовой эпидемии. Уже депопулируют 20 стран мира, а около 30 стран на подходе. Как и предсказывалось в 70-е гг. XX в. представителями научной школы пронатализма (Б.Ц. Урланисом, В.А. Борисовым, В.Н. Архангельским, А.Б. Синельниковым и их коллегами), убыль населения началась в 1990-е гг. в европейской части бывшего СССР, причем с 1990 г. в Латвии, с 1991 г. в Эстонии, с 1992 г. в Литве и России, с 1993 г. в Украине, Казахстане и Армении, с 1996 г. в Белоруссии. В 2008 г. естественная убыль населения по отношению к общей численности составила 0,5% в год в Сербии и Украине, 0,4 - в Болгарии, 0,3 - в России, Латвии, Белоруссии, Венгрии, 0,2 - в Германии, Литве и Хорватии, 0,1 - в Румынии и Македонии, менее 0,1% в Японии, Эстонии, Австрии, Монако, Боснии и Герцеговине, Греции, Италии и Португалии.

Согласно среднему варианту демографического прогноза ООН 2008 г., в период между 2009 и 2050 гг. ожидается сокращение численности населения в 40 странах, причем лишь в 19 из них численность сократится на 10% и менее (важно отметить, что сюда входят 10 неевропейских государств). На 11-19% уменьшится к 2050 г. население 13 стран, причем в четырех неевропейских; наша страна попадает в эту группу с сокращением населения на 18% (до 117 млн. человек в 2050 г.). Наибольшая убыль населения (от 20 до 29%) ожидается в 9 странах: Японии (на 25%), Молдавии (на 24), Грузии (на 23), Украине (на 23), Болгарии (на 22), Латвии, Боснии и Герцеговине, Сербии (на 20%). Население Китая при суммарном коэффициенте рождаемости 1,6 будет по инерции увеличиваться до 2025 г., но после достижения 1476 млн. начнет сокращаться и в 2050 г. составит уже на 39 млн. меньше - 1437 млн. чел. [7].

Таким образом, к 2050 г., по среднему варианту прогноза ООН депопуляцией будут охвачены западноевропейская, восточноевропейская, японская, китайская цивилизации.

В некоторых регионах мира молодежь (в возрасте от 15 до 24 лет) составляет значительную и быстрорастущую группу населения. В странах Африки к югу от Сахары, где к 2050 году общая численность населения, по прогнозам, удвоится, численность людей трудоспособного возраста (от 25 до 64 лет) увеличивается быстрее, чем в любой другой возрастной группе. В большинстве стран Азии и Латинской Америки и Карибского бассейна уже наблюдается аналогичный рост численности молодежи, за которым следует рост численности людей трудоспособного возраста.

Относительное увеличение численности населения трудоспособного возраста, пока оно продолжается, открывает возможности для ускоренного экономического роста: речь идет о так называемом «демографическом дивиденде». В этом контексте усилия по достижению целей в области устойчивого развития, таких как ликвидация голода, обеспечение здоровой жизни, поощрение образования и обучения на протяжении всей жизни, создание рабочих мест, улучшение социальной защиты и сокращение неравенства, могут укрепить эти тенденции и открыть еще больше возможностей.

В то же время рост численности молодежи может привести к обострению проблем в государственном финансовом секторе, который сегодня с трудом справляется с предоставлением услуг молодежи, а также проблемы, с которой общество столкнется в предстоящие десятилетия, пытаясь обеспечить всем необходимым свое стареющее население.

Сегодня пожилые люди (в возрасте 65 лет и старше) составляют самую быстрорастущую возрастную группу в мире. В 2018 году впервые в мире число пожилых людей превысило число детей в возрасте до пяти лет, а к 2050 году их станет больше, чем подростков и молодежи вместе взятых (от 15 до 24 лет). В некоторых регионах, таких как Европа и Восточная Азия, уже возникает значительная проблема с оказанием поддержки пожилым людям и обеспечением ухода за ними. По мере увеличения ожидаемой продолжительности жизни пожилые люди, вероятно, будут играть более

значительную роль в обществе и экономике, что связано с необходимостью модифицировать системы образования, здравоохранения и социальной защиты для обеспечения всем необходимым этой растущей в численности возрастной группы населения.

Еще с древних времен миграция предоставляла людям новые возможности. В 2019 году численность международных мигрантов — людей, живущих за пределами своей страны происхождения, — составляет около 272 миллионов человек, или почти 3,5 процента от общей численности населения мира. В 2000 году этот показатель составлял 2,8 процента. Хотя наибольшее число международных мигрантов проживает в Азии, в последние годы наиболее быстрый прирост мигрантов наблюдается в Африке. Международные мигранты по-прежнему в основном перемещаются между странами, относящимися к одному географическому региону [10].

Люди передвигаются по ряду причин, в том числе в поиске трудоустройства, возможностей получения образования и по семейным обстоятельствам. Вместе с тем все больше людей покидают свои дома и общины в результате насилия, преследований, лишений или стихийных бедствий, вызванных в том числе изменением климата. В совокупности эти факторы привели за последние десятилетия к рекордно высокому числу насильственно перемещенных лиц: в 2018 году их стало более 70 миллионов человек, причем почти 26 миллионов из них составляли беженцы. С 2012 года число беженцев, находящихся под опекой Управления Верховного комиссара Организации Объединенных Наций по делам беженцев (УВКБ ООН), увеличилось почти вдвое. Восемьдесят процентов беженцев живут в странах, имеющих общую границу со страной их происхождения.

Мигранты подвергаются эксплуатации со стороны лиц, занимающихся торговлей людьми. Это стало одной из причин принятия правительствами в 2018 году Глобального договора о безопасной, упорядоченной и легальной миграции. Он не является имеющим обязательную юридическую силу

документом, но представляет собой стратегический план по поддержанию международного сотрудничества в области миграции.

До 2009 года в сельской местности проживало больше людей, чем в городских районах. На сегодняшний день в малых и больших городах проживает около 55 процентов населения мира, причем к 2050 году степень урбанизации, по прогнозам, достигнет почти 70 процентов. Рост численности городского населения в основном будет приходиться на страны Азии и Африки, особенно Китай, Индию и Нигерию, где показатели рождаемости по-прежнему высоки [7].

Как и миграция, урбанизация требует эффективного управления со стороны национальных и местных властей. В настоящее время города занимают менее 2 процентов земельных участков в мире, но на них приходится 80 процентов мирового валового внутреннего продукта (ВВП) и более 70 процентов выбросов углерода. Скорость и масштабы урбанизации влекут за собой проблемы с обеспечением наличия достаточного жилья, инфраструктуры и транспорта, а также проблемы, связанные с конфликтами и насилием. Почти 1 миллиард человек относится к категории «городской бедноты» и в основном проживает в неформальных городских поселениях [11].

В то же время необходимо прилагать более активные усилия для обеспечения того, чтобы жители сельских районов не остались в стороне, в том числе с точки зрения использования возможностей, открывающихся благодаря развитию цифровой экономики и цифрового общества. Мелкие фермеры, скотоводы и коренные народы играют жизненно важную роль в выращивании продовольственных культур и защите нашего природного капитала.

На 1 января 2019 года на Земле проживает от 7,6 до 7,7 миллиарда человек (табл. 2.1). График возрастной пирамиды состоит из двух гистограмм, по одной для каждого пола (условно, мужчины слева и



женщины справа), где цифры показаны по горизонтали, а возраст по вертикали (рис. 2.1).

Таблица 2.1

## Анализ численности населения мира [34]

Год	Континенты	Численность населения мира	Показатели	Процентная величина населения мира
2019	Африка	1293574394	смертность	13%
			рождаемость	35,60%
	Америка	1017881395	смертность	6,82%
			рождаемость	17,25%
	Азия	4476121068	смертность	7,40%
			рождаемость	18,70%
	Европе	749370379	смертность	11,80%
			рождаемость	10,20%
	Океана	42352038	смертность	7,50%
			рождаемость	16,40%

Улучшение условий жизни и достижения в области медицины снизили уровень смертности во всем мире. Это снижение смертности вызвало очень быстрый рост населения мира.

В демографии коэффициент смертности (или общий коэффициент смертности) - это отношение между ежегодным числом смертей и средней общей численностью населения за период и на данной территории [28]. Глобальный уровень смертности равен 46,52% в год.

Рождаемость: это число людей, рожденных каждый год. Глобальный уровень рождаемости равен 98,15% в год.

Рождаемость: это среднее число детей на одну женщину. Поскольку число рождений очень велико, а смертность снижается, естественный прирост очень велик.

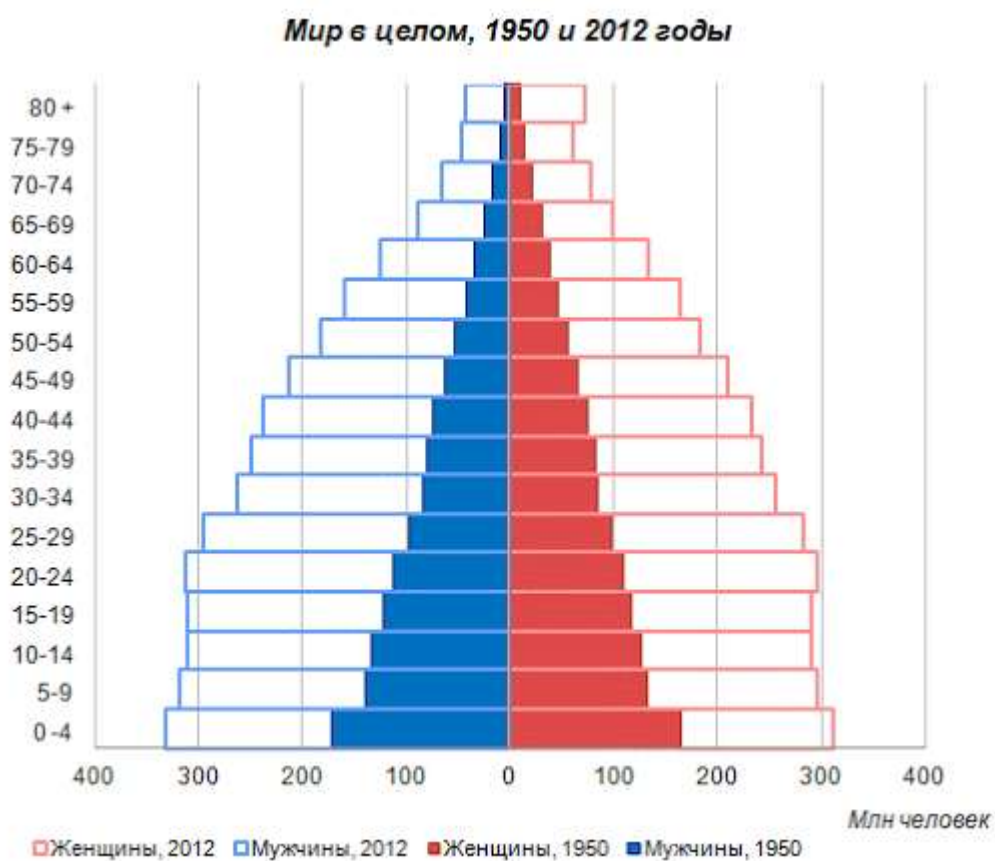


Рис. 2.1. Возрастная пирамида [7]

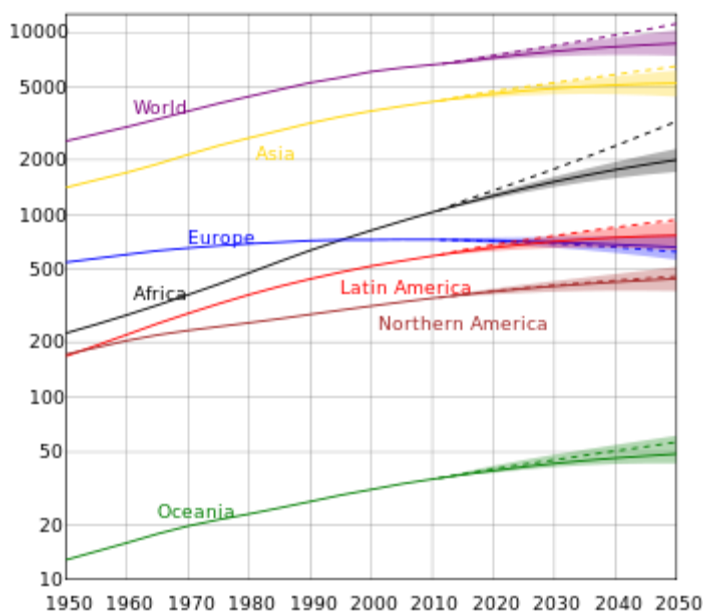


Рис. 2.2. Кривая мирового населения в 2019 году [38]

Число международных мигрантов во всем мире достигло 272 миллионов в 2019 году, увеличившись на 51 миллион по сравнению с 2010 годом. В настоящее время международные мигранты составляют 3,5% населения мира, по сравнению с 2,8% в 2000 году, по данным новые оценки, опубликованные во вторник Организацией Объединенных Наций.



Рис. 2.3. Карта глобальной миграция [38]

Наиболее вероятными и значимыми в ближайшие 20-30 лет представляются три тенденции [11].

1. Численность работоспособного населения достигнет некоего пика, а затем начнет снижаться.

2. Население будет очень сильно и очень заметно стареть.

3. Высокие темпы урбанизация, вызванная технологической революцией в сельском хозяйстве и изменениями общественного жизненного уклада.

В сочетании с факторами регионального и локального характера, отмеченные тенденции окажут значительное, а, порой, даже определяющее влияние на проблемы политического, социально-экономического, а также геополитического порядка.

Демографические процессы непосредственным образом влияют на состав и структуру населения стран и регионов. Поэтому в политическом отношении демография выступает в качестве одного из важнейших факторов, определяющих уровень устойчивости и исторические перспективы политических режимов. В значительной мере влияет на социальную политику государств, их геополитический потенциал, внутренние электоральные процессы. Международные эксперты выделяют следующие важнейшие последствия изменения глобальной демографической ситуации. Странам и межгосударственным объединениям, испытывающим проблемы с воспроизводством и увеличением численности населения, будет всё труднее сохранить нынешний геополитический вес и влияние даже при условии поддержания эффективности, высокой производительности и инновационного характера экономик. Бедные страны с растущим населением будут подвержены возрастающему риску «политической нестабильности и насилия». Уменьшение численности жителей трудоспособного возраста с высокой вероятностью негативно отразится на темпах экономического роста «во многих развитых и некоторых развивающихся странах». Трансграничная миграция превратится во все более значимый фактор политических процессов.

К примеру, глобальная урбанизация, переезд значительной части сельских жителей в города оказывает долгосрочное и пока малоизученное влияние на изменения политических и электоральных предпочтений.

Имеющиеся данные указывают на то, что консервативные партии вынуждены все чаще противостоять «популистам», смещая свою политическую повестку «правее». В то же время, либеральным кругам все труднее сохранять устоявшийся за последние десятилетия дискурс глобализации и политкорректности, стремительно теряющий привлекательность в глазах новоиспеченных городских жителей, разочарованных отсутствием быстрого успеха и условий для вертикальной социальной мобильности. Одновременно, недовольство части населения «недостаточным вниманием» властей к проблемам территорий, подверженных депопуляции, становится благодатной почвой для политических движений националистического толка. «Популистов», выступающих под лозунгами защиты «традиционных устоев» и национальной самобытности и идентичности, или возвращения к ним. В результате, процесс урбанизации во многих регионах мира усиливает представителей крайних флангов политического спектра.

В социально-экономическом плане, рост населения увеличивает угрозу экономических кризисов локального и международного масштаба. Потенциально, рост мирового населения может существенно обогнать рост мировой экономики, которой всё больше экспертов предсказывают в лучшем случае затяжной период стагнации. Это, отмечает Republic.ru, «приведет к необходимости пересмотра почти всех сложившихся парадигм», причем, весьма вероятно, «в сторону отказа от классического капитализма и перехода к еще большему государственному регулированию».

Существенные изменения произойдут в потенциале рабочей силы, которым располагают государства мира. Нынешние лидеры мировой экономики, включая Китай, либо уже сталкиваются с дефицитом населения трудоспособного возраста, либо будут вынуждены решать эту проблему в ближайшие годы. Кроме того, к середине нынешнего столетия, большая часть мирового «среднего класса», являющегося основным драйвером развития, производительности и потребления, будет проживать в странах, в

настоящее время относимых к категории «быстрорастущих» (emerging). Потребуется серьезные структурные реформы в экономиках и на рынках труда. Значительно возрастет нагрузка на социальную сферу, в первую очередь, на здравоохранение. Рост населения Азии за пределами Китая может усугубить имеющиеся социально-экономические проблемы, если государства не смогут решить вопрос с повышением доступности образования. Наибольший прирост населения прогнозируется в следующие 20-30 лет для Африки. Согласно позитивному сценарию, это превратит континент в «новую Юго-Восточную Азию», лидера глобального экономического роста. Согласно негативному, породит новую волну глобальной миграции невиданного прежде масштаба, которая спровоцирует активное вмешательство в дела региона внешних держав.

Урбанизация, в свою очередь, приводит к опустению не только многочисленных сельских поселений, но и все большего числа малых городов. Все чаще единственными обитателями прежде оживленных территорий остаются пожилые люди, уже не способные к труду и полностью зависящие от социальной помощи родственников и государства. Депопуляция сельских регионов ставит правительства перед трудной дилеммой. Необходимо либо поощрять переселение оставшихся жителей, либо нести возрастающее бремя расходов на поддержание и развитие инфраструктуры и оказание социальных услуг. Проблема носит острый характер в развивающихся странах. Вместе с тем, ее последствия все больше ощущают на себе ряд экономически развитых государств Европы, США и Австралия.

## 2.2. Демографические тенденции в Украине

Демографическая ситуация в Украине является важнейшей составной экономической, военной, социальной безопасности в стране.

Особенности демографической ситуации в Украине формируются под действием внешних и внутренних факторов, в том числе природных условий, базового генофонда, правовых, моральных и религиозных норм, административнорегулятивных актов, экологических условий проживания и т.п. К основным демографическим показателям относятся: рождаемость; смертность; естественное движение населения; брачность; половозрастная структура. Нынешняя демографическая ситуация негативно отразится на будущих поколениях, в связи с падением благосостояния украинцев снизится рождаемость к 2020 году.

Национальная служба статистики Украины сообщает, что на начало 2020 года численность населения уменьшилась в годовом исчислении на 250,8 тысячи украинцев.

По данным Национальной статистической службы (Госстат), население Украины на 1 января 2020 года оценивалось в 41 902 400 человек.

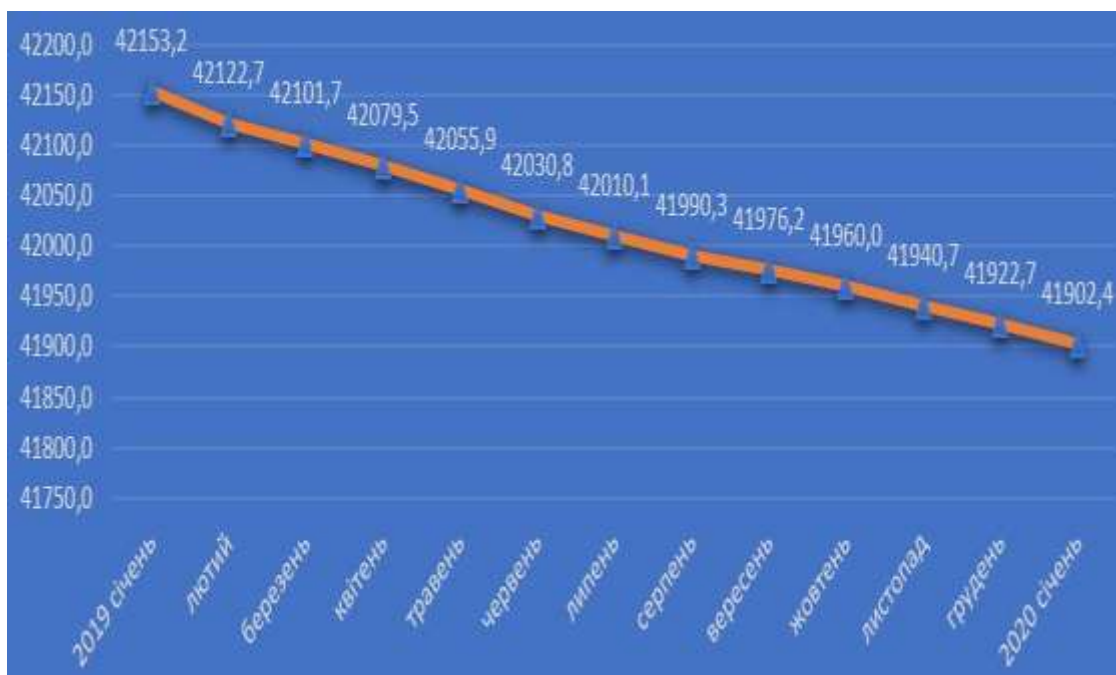


Рис. 2.4. Численность населения на 01.01.2020 г., тыс. чл. [9]

В результате население Украины продолжает резко сокращаться. В 2019 году численность населения уменьшилась на 250 785 человек.

Основные демографические показатели наведены в табл. 2.2.

Производительность труда и потенциал трудовых ресурсов, а следовательно, и величина совокупного национального дохода зависят от демографических показателей трудоспособного населения и показателей демографического развития. Оценка демографической ситуации в Украине, а также динамики последних лет указывает на наличие, наряду с социально-экономическими проблемами, глубокого демографического кризиса.

В Украине во время кризиса и медленных экономических преобразований рождаемость упала больше всего. В основном это связано с тем, что женщины все больше вовлекаются в экономическую деятельность. Социальные катаклизмы в демографической истории Украины были настолько «регулярными» и значительными, что привели к существенному уменьшению численности ее населения, негативно отразились на естественном процессе самовоспроизводства семьи, вызвали глубокие последствия в экономическом, интеллектуальном и общественном развитии Украины в целом.

Таблица 2.2

## Основные демографические показатели [9]

	2019	Справка: 2018
Численность населения (по оценке) на конец года	41902416	42153201
Средняя численность населения	42027809	42269802
Численность постоянного населения (по оценке) на конец года	41732779	41983564
Средняя численность постоянного населения	41858172	42100165
Общий прирост, сокращение (-) населения	-250785	-233202
Естественный прирост, сокращение (-) населения	-272297	-251791
количество живорожденных	308817	335874
количество умерших	581114	587665
из них детей в возрасте до 1 года	2189	2397
Миграционный прирост, сокращение (-) населения	21512	18589

Таким образом, среди причин демографического кризиса немаловажное место занимают экономические проблемы, нестабильность,



разочарование населения в политике руководства страны. И на данный момент преодолеть демографический кризис не помогают даже государственные выплаты молодым родителям.

Но следует отметить, что социально-экономическое развитие государства невозможно без демографического развития. Эти два процесса тесно связаны друг с другом. Как только демографическая ситуация ухудшится, у страны практически нет перспектив социально-экономического развития. Человеческие ресурсы необходимы для улучшения социального и экономического развития.

Прогрессирующая общая тенденция старения населения Украины, сопровождающаяся снижением рождаемости при относительной стабилизации высокого уровня смертности (табл. 2.3, 2.4).

Таблица 2.3

Количество смертей по основным классам причин смерти, статью умерших и типу местности в 2009-2018 годах [9]

Год	Всего	Некоторые инфекционные и паразитарные болезни	Ново-образования	Болезни системы кровообращения	Болезни органов дыхания	Болезни органов пищеварения	Внешние причины смерти
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Всего</b>							
Оба пола							
2009	706 739	15 137	88 605	460 609	21 089	30 079	48 937
2010	698 235	14 642	88 767	465 093	19 480	26 817	43 955
2011	664 588	14 050	88 957	440 346	17 871	25 230	42 380
2012	663 139	13 922	92 896	436 445	17 109	27 719	41 713
2013	662 368	12 921	92 337	440 369	16 540	27 953	40 298
2014	632 296	10 974	83 894	425 607	14 810	25 225	40 135
2015	594 796	9 900	79 530	404 551	13 951	22 818	34 569
2016	583 631	9 326	78 959	392 298	13 840	22 013	31 746
2017	574 123	8 714	78 324	384 810	12 166	21 999	31 185
2018	587 665	8 964	78 597	392 060	13 006	24 489	30 905
Мужчины							
2009	351 395	11 539	49 100	199 465	14 861	19 355	38 482

Продолжение табл. 2.3

1	2	3	4	5	6	7	8
2010	341 249	11 036	48 987	198 510	13 700	17 004	34 462
2011	325 482	10 582	49 325	187 722	12 754	15 802	33 225
2012	325 584	10 226	51 241	186 869	12 197	17 117	32 439
2013	324 697	9 490	51 082	188 515	11 833	17 222	31 545
2014	310 671	8 005	46 545	183 219	10 619	15 759	31 811
2015	291 561	7 218	44 518	175 080	9 970	14 108	27 291
2016	285 896	6 647	44 148	170 017	9 715	13 610	25 112
2017	281 784	6 198	43 720	167 069	8 816	13 647	24 826
2018	290 533	6 410	43 991	171 511	9 494	15 248	24 700
Женщины							
2009	355 344	3 598	39 505	261 144	6 228	10 724	10 455
2010	356 986	3 606	39 780	266 583	5 780	9 813	9 493
2011	339 106	3 468	39 632	252 624	5 117	9 428	9 155
2012	337 555	3 696	41 655	249 576	4 912	10 602	9 274
2013	337 671	3 431	41 255	251 854	4 707	10 731	8 753
2014	321 625	2 969	37 349	242 388	4 191	9 466	8 324
2015	303 235	2 682	35 012	229 471	3 981	8 710	7 278

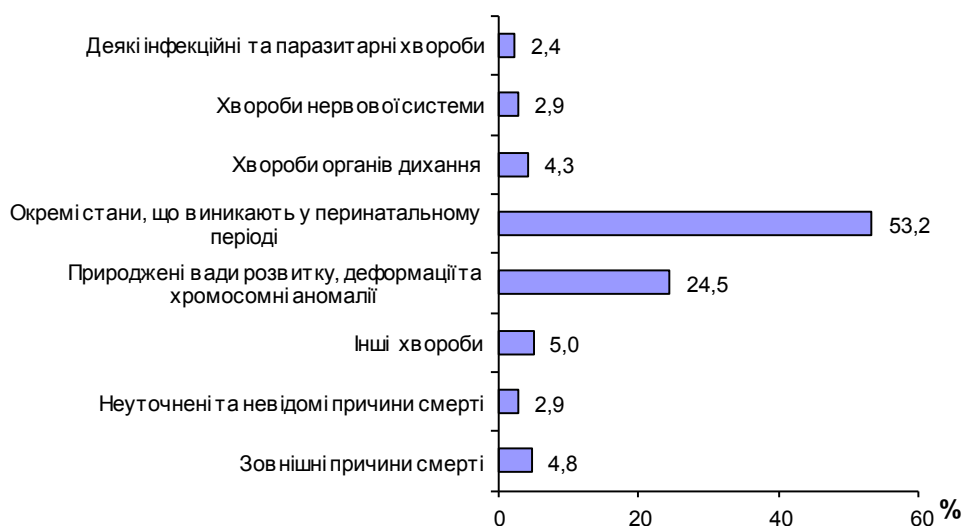


Рис. 2.5. Структура причин смерті дітей в віці до 1 года в 2018 году, (В% к общему числу) [9]

Кризисные тенденции в демографическом состоянии за последние 6 лет наиболее концентрированно проявляются в таких показателях: - естественный прирост населения, начиная с 1991 года, впервые за послевоенные годы стал отрицательным и неуклонно продолжает

уменьшаться, уровень общей смертности населения является одним из самых высоких среди стран Европы. За последние 6 лет умерло на 1,15 млн. граждан больше, чем родилось. По прогнозам до конца столетия эта цифра удвоится; - средняя ожидаемая продолжительность жизни уменьшилась на 3,5 года; - основной причиной сокращения продолжительности жизни является высокий уровень преждевременной смертности мужчин трудоспособного возраста; - численность детского населения сократилась на 712 тыс. человек.

Таблица 2.4

Количество живорожденных и мертворождений по полу и типу местности в 2009-2018 годах [9]

	Живорождения			На 100 девочек родилось мальчиков	мертворождения		
	оба пола	мальчики	девочки		оба пола	мужская	женская
<i>Всего</i>							
2009	512	264 844	247 681	107	3 351	1 821	1 530
2010	497	256 835	240 854	107	3 300	1 719	1 581
2011	502	259 433	243 162	107	3 158	1 649	1 509
2012	520	268 748	251 957	107	3 230	1 734	1 496
2013	503	259 738	243 919	106	3 166	1 683	1 483
2014	465	240 043	225 839	106	2 820	1 502	1 318
2015	411	212 846	198 935	107	2 437	1 322	1 115
2016	397	205 194	191 843	107	2 244	1 159	1 085
2017	363	187 528	176 459	106	2 136	1 090	1 046
2018	335	173 417	162 457	107	1 951	1 016	935

Принято считать, что демографическая ситуация в Украине развивается в соответствии с мировыми тенденциями. Однако в Украине эти проблемы, конечно, имеют определенную украинскую специфику.

Следует отметить, что с 2006 года Институт демографии и социальных исследований им. М.В. Птухи НАН Украины наметил основные демографические компоненты, которые определяют размер и структуру по

возрасту и полу населения. население в будущем. Согласно последнему перерасчету в 2011 году, население Украины по среднему прогнозу в 2020 году должно было составить 44 302 тысячи человек. Теперь можно сказать, что процессы значительно ускорились. Действительно, по данным Госстата Украины, показатель численности населения на 2,4 миллиона меньше, или 41 902 тысячи человек. Институт также прогнозировал, что в 2050 году население Украины сократится до 39 195 000 человек, а в 2060 году - до 37 147 000. Таким образом, при текущей динамике прогноз на 2050 год может сбыться уже в 2024 году.

Аналитики ООН также сделали прогноз демографической ситуации в Украине. Отметим, что в основе расчетов экспертов ООН лежало количество украинцев на уровне 44 млн человек.

Так, по оценке международных аналитиков, согласно демографическому отчету World Population Prospects 2019, к 2050 году население Украины может сократиться до 35,2 млн человек. В ООН отмечают, что к 2100 году останется всего 24 миллиона украинцев.

Таким образом, можно предположить, что, учитывая сложившуюся демографическую ситуацию в Украине, к 2050 году численность населения уменьшится до 35,9 млн, что соответствует прогнозу ООН (с 41,90 млн в настоящее время). .

Соответственно, отметим, что в 1990 году население Украины составляло 51,5 миллиона человек, а текущий уровень депопуляции превышает 15 миллионов, или 30% от базового уровня.

### 2.3. Демографические проблемы Коморских островов

Союз Коморских Островов расположен в Индийском океане в северной части Мозамбикского канала, между Мозамбиком и островом Мадагаскар. Острова известны под своими коморскими и французскими названиями:

Нгазиджа (Гранд Комор), Мвали (Мохели), Ндзуани (Анжуан), Маоре (Майотта). Общая площадь страны 2236 км<sup>2</sup>. Остров Коморские острова имеет 340 км береговой линии. Его самая высокая высота - вулкан Картала, который поднимается до 2360 метров. Союз Коморских Островов разделен на: - 3 автономных острова (Анжуан, Мохели и Гранд Коморские острова). Майотта четвертый остров, оставшийся под французской оккупацией. Pre 16 префектур, в том числе 08 на Больших Коморских островах, 05 в Анжуане и 03 в Мохели - 54 муниципалитета, в том числе 28 для Гранд-Коморских островов, 20 для Анжуана и 6 для Мохели.

Анализ населения Коморских островов наведен в табл. 2.5 и характеризуется темпом роста 2,6% и коэффициентом рождаемости 3,93.

Таблица 2.5

## Анализ населения коморских островов [38]

ОСТРОВ	ЖИТЕЛИ
ГРАНД КОМОРОС	389 445
Анжуан	323 653
Мохели	50 854
Всего	763 952

Источник: RGPН 2003

Плотность населения составляет 343,5 ч / км<sup>2</sup>, а продолжительность жизни - 61,5 года. Уровень урбанизации составляет 27,9%.

Сельское хозяйство составляло 48,6% ВВП в 2014 году, и на него занято 80% работающего населения, что составляет 90% доходов от экспорта. Основные культуры: ваниль, иланг-иланг и гвоздика. Животноводство страдает из-за нехватки агро-пасторального пространства и касается жвачных (крупного рогатого скота, коз и овец) и домашней птицы.

Среднегодовой темп роста составляет 2,6% с различиями между островами. Средняя плотность населения составляет около 341 человека / км<sup>2</sup> и варьируется от одного острова к другому: 763 человека / км<sup>2</sup> (Ндзувани), 175 человек / км<sup>2</sup> (Мвали) и 339 человек / км<sup>2</sup> (Нгазиджа).

Таблица 2.6

Эволюция населения Коморских Островов с 2009 по 2019 гг. [7]

ОСТРОВ	2009	2011	2013	2015	2017	2019
Гранд	342	360	379 324	399 919	421	445
Коморских	201	117			884	102
Мохели	283	298	315 108	332 466	350	370
	522	816			859	168
Анжуан	43 604	46 443	49 365	52 360	55 404	58 454
Союз	669	705	743 797	784 745	828	873
	327	376			147	724

Источник: RGPН, Коморские Острова, 2003

Население Коморских Островов на 1 января 2019 года составляло от 845 477 до 857 277 миллионов человек. Именно на Коморских островах самая низкая численность населения в мире. Площадь Коморских островов составляет 1862 км<sup>2</sup>.

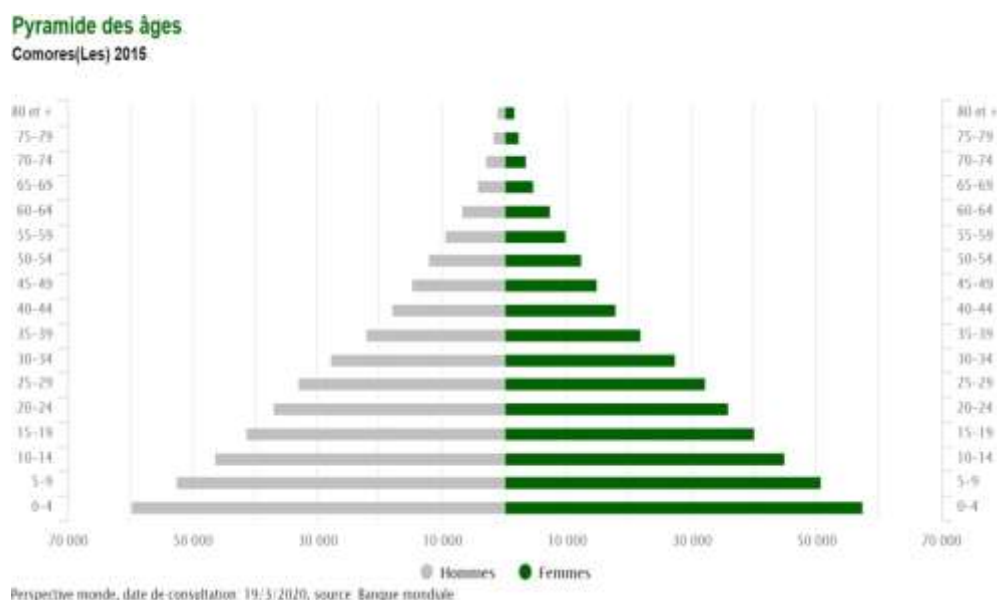


Рис. 2.6. Пирамида населения Коморских Островов [7]

Демографические данные, позволяющие построить возрастную пирамиду, поступают из Всемирного банка. Расчет был сделан с учетом общей численности населения (SP.POP.TOTL) страны за выбранный год,

процентной доли женщин в общей численности населения (SP.POP.TOTL.FE.ZS) и процентной доли каждая из возрастных групп для каждого из двух полов, например SP.POP.1014.MA.5Y для мужчин в возрасте от 10 до 14 лет (табл. 2.7).

Таблица 2.7

## Возрастная группа [38]

Возрасте группы	Количество мужчины	% Мужчины	Количество женщины	% женщины	Рацио женщины / мужчины
0-4 лет	59 736	15,24	57 521	14,93	0,96
5-9 лет	52 666	13,43	50 837	13,19	0,97
10-14 лет	46 419	11,84	44 889	11,65	0,97
15-19 лет	41 374	10,55	40 027	10,39	0,97
20-24 лет	37 079	9,46	35 980	9,34	0,97
25-29 лет	33 090	8,44	32 262	8,37	0,97
30-34 лет	27 918	7,12	27 356	7,10	0,98
35-39 лет	22 214	5,67	21 904	5,68	0,99
40-44 лет	17 987	4,59	17 845	4,63	0,99
45-49 лет	14 851	3,79	14 836	3,85	1,00
50-54 лет	12 170	3,10	12 332	3,20	1,01
55-59 лет	9 550	2,44	9 925	2,58	1,04
60-64 лет	6 830	1,74	7 331	1,90	1,07
65-69 лет	4 326	1,10	4 750	1,23	1,10
70-74 лет	2 981	0,76	3 575	0,93	1,20
75-79 лет	1 777	0,45	2 281	0,59	1,28
80 лет и более	1 116	0,28	1 690	0,44	1,51
Итоги	392 083	100,00	385 341	100,00	0,98

Городское население Коморских Островов - это процент от общей численности населения, проживающего в условиях, определенных как городские. Кривая городского Коморских Островов приведена на рис. 2.7.

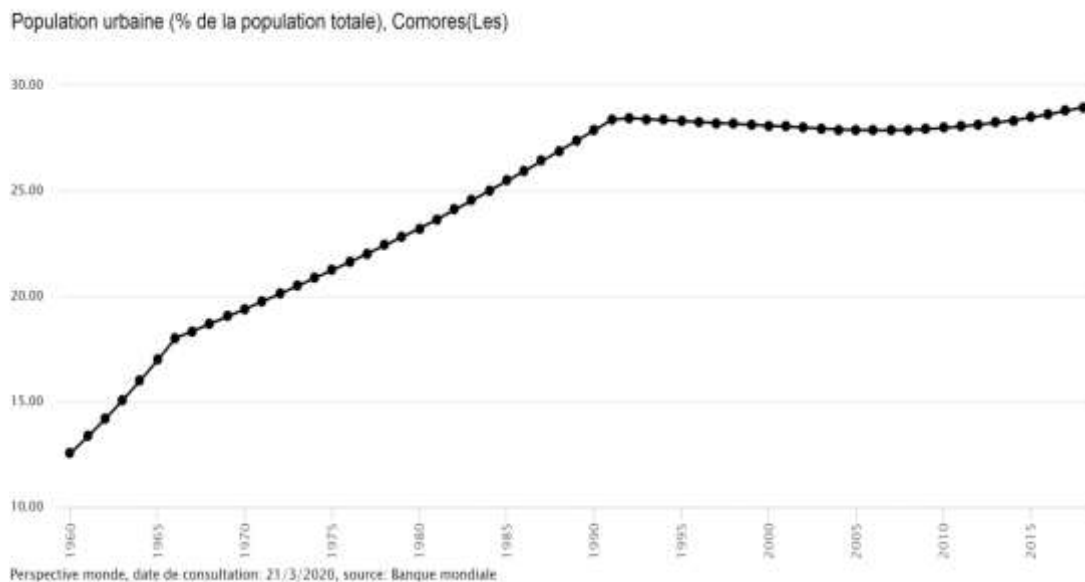


Рис. 2.7. Кривая населения Коморских Островов [38]

Определение населения включает всех жителей, независимо от их правового статуса или гражданства, за исключением беженцев, которые не постоянно проживают в своей стране. Они обычно считаются частью страны их происхождения.

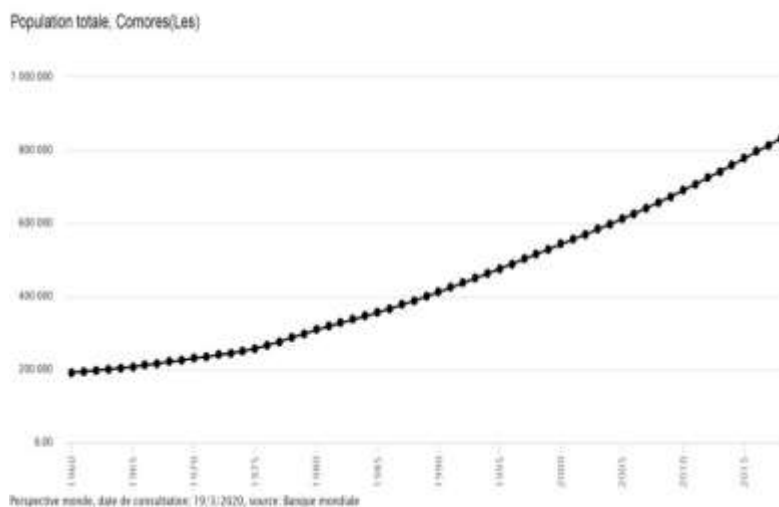


Рис. 2.8. Динамика демографии Коморских Островов [7]



График смертности населения Союза Коморских островов наведена на рис. 2.9 и описывает число зарегистрированных случаев смерти в год на 1000 человек.

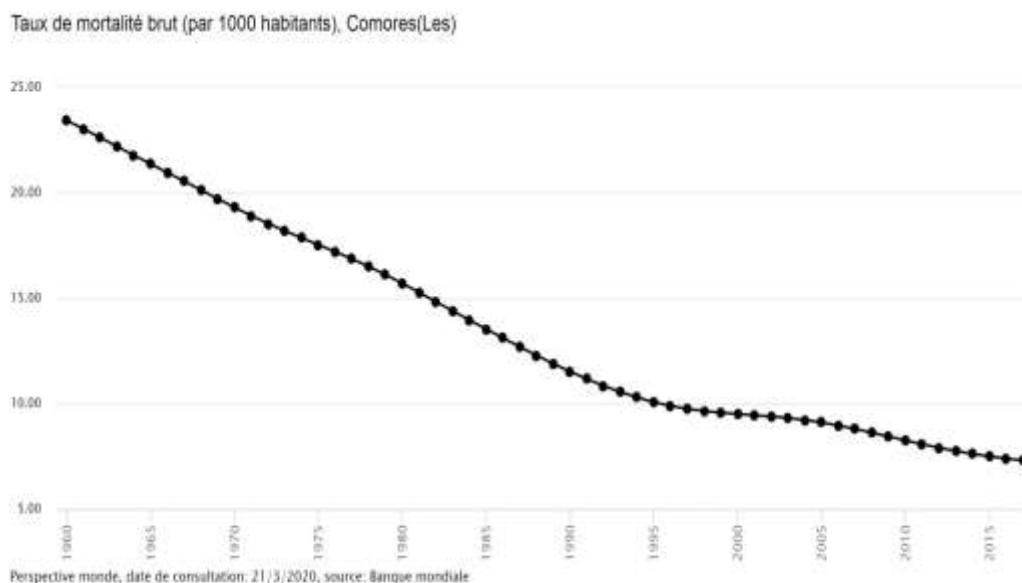


Рис. 2.9 Динамика смертности на Коморских Островах [7]

Коэффициент рождаемости на Коморских Островах - это количество людей, рожденных каждый год. Коморские показатели рождаемости ниже в каждом году.

Валовой коэффициент рождаемости (на 1000 человек населения) - это число рождений, зарегистрированных в год на 1000 жителей. Естественный коэффициент прироста населения получается путем вычитания общего коэффициента смертности из общего коэффициента рождаемости. Чтобы получить общий темп прироста населения, необходимо учитывать миграционный баланс.

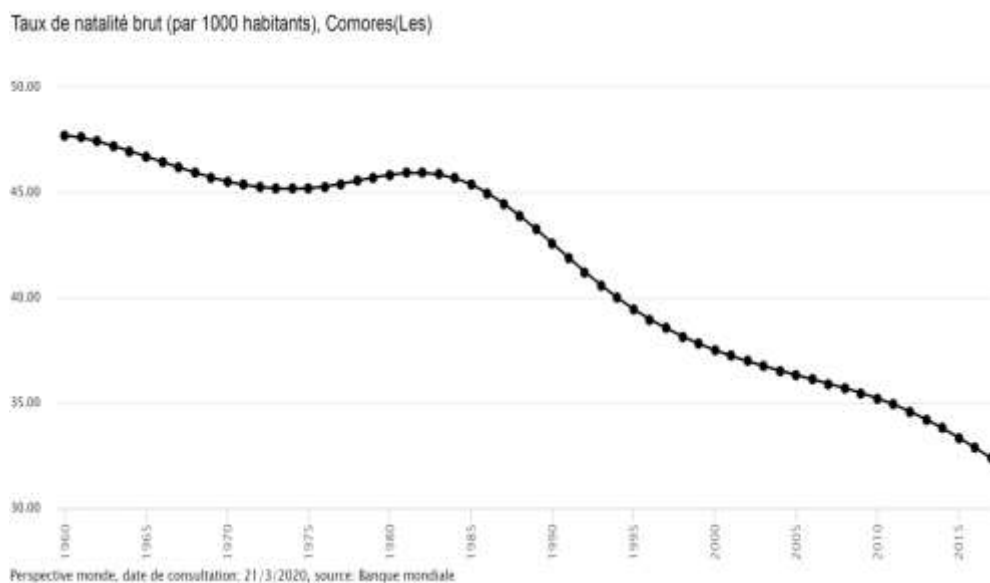
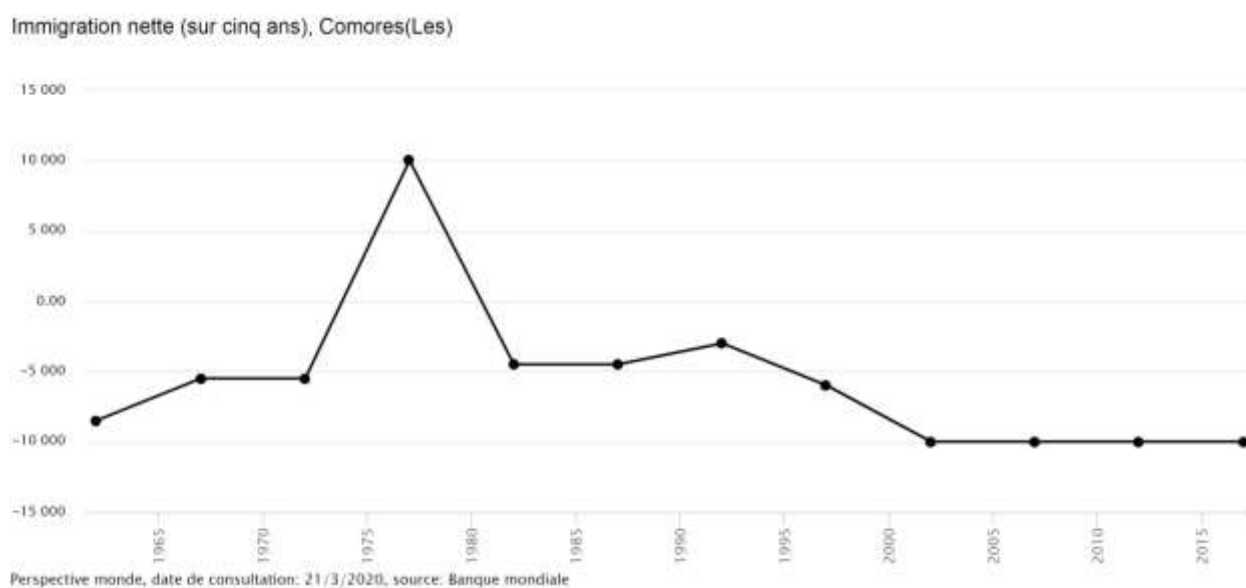


Рис. 2.10. Валовой коэффициент рождаемости (на 1000 человек населения) [7]

Коморская иммиграция во Францию продолжается уже много лет и связана с политической и колониальной историей архипелага.

Чистая миграция - это общее количество иммигрантов за вычетом общего количества эмигрантов. В это число входят как граждане, так и лица, не получившие гражданства в стране. Кривая иммиграции наведена на рис. 2.11.



• Рис. 2.11. Кривая иммиграции Коморских Островов [7]

Демографическая структура особенно заметна по весу подростков и молодых людей (15-24 года), которые составляют 22,34% от общей численности населения, и женщин, около 50%. Коморские острова имеют тропический океанический климат двух сезонов: жаркий и влажный климат с ноября по апрель, вызванный северным муссоном и более холодным и сухим сезоном в остальное время года. Четыре острова не испытывают большой диспропорции по сравнению с климатом, который одинаков во всей стране. Температуры в среднем между 23 и 28 ° C вдоль побережья. Кроме того, коморская фауна и флора полны нескольких видов, некоторые из которых являются эндемичными. Морское дно является убежищем для многих видов, включая ископаемых рыб *Coelacanth*.

Население Коморских Островов является результатом сочетания нескольких культур и цивилизаций из Африки, Аравии и Южной / Восточной Азии. Общественная организация глубоко укоренилась в традициях и очень иерархична. Традиционный брак укрепляет господство семьи и является средством, с помощью которого семья растет и укрепляется. Более того, именно в этом состоит акт, посредством которого индивид достигает социальных иерархий. На религиозном уровне почти все коморское население - мусульмане. Ислам на Коморских Островах хорошо сочетается с верованиями и социальными практиками, связанными с обычаями и традициями. Таким образом, знаменитости, получившие статус после великого брака, становятся главными лидерами принятия решений на уровне общины. Несмотря на переменную социальную организацию от одного острова к другому, коморцы объединяются и объединяются друг с другом, чтобы обеспечить устойчивость ценностей, специфичных для общества, как структурных и традиционных, так и религиозных и организационных.

Выводы к разделу 2.

В настоящее время наблюдается перелом демографической динамики в сторону депопуляции, когда численность человечества, достигнув предельной величины примерно 8,5-9 млрд. чел., начнет уменьшаться. Согласно среднему варианту демографического прогноза ООН 2008 г., в период между 2009 и 2050 гг. ожидается сокращение численности населения в 40 странах. В большинстве стран пожилые люди (в возрасте 65 лет и старше) составляют самую быстрорастущую возрастную группу в мире.

Еще одной глобальной демографической проблемой является миграция, что приводит к рекордно высокому числу насильственно перемещенных лиц: в 2018 году их стало более 70 миллионов человек, причем почти 26 миллионов из них составляли беженцы. Как и миграция, урбанизация требует эффективного управления со стороны национальных и местных властей. В настоящее время города занимают менее 2 процентов земельных участков в мире, но на них приходится 80 процентов мирового валового внутреннего продукта (ВВП) и более 70 процентов выбросов углерода.

Особенности демографической ситуации в Украине формируются под действием внешних и внутренних факторов, в том числе природных условий, базового генофонда, правовых, моральных и религиозных норм, административнорегулятивных актов, экологических условий проживания и т.п. Основными демографическими проблемами Украины являются – демографический кризис, связанный с сокращением населения Украины, низкий уровень рождаемости, высокий уровень смертности.

Союз Коморских Островов является бурно развивающейся в демографическом отношении страной, в которой среднегодовой прирост населения составляет 2,1%, а плотность населения – 309 человек на км<sup>2</sup>, увеличиваясь до 575 человек на км<sup>2</sup> на острове Нджуани. При этом 72% населения проживают в сельской местности. На женщин приходится 50,4% всего населения, которое в основном – 72,1% – проживает в сельской местности.

### РАЗДЕЛ 3. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

#### 3.1. Прогнозная модель демографических процессов Украины

Используем корреляционный регрессионный анализ для построения прогнозной модели демографических процессов в Украине.

Линейная регрессия основана на уравнении, которое минимизирует расстояние между подобранной линией и всеми точками данных. Линейная регрессия позволяет по заданным значениям фактора  $x$  получить теоретическое значение результативного признака. Технически регрессия по методу наименьших квадратов минимизирует сумму квадратов остатков. Данная модель хорошо соответствует данным, если различия между наблюдаемыми значениями и предсказанными значениями модели небольшие и несмещенные.

Перед изучением статистических критериев согласия следует проверить графики остатков. Остаточные графики могут выявить нежелательные закономерности / тенденции, которые указывают на предвзятые результаты более эффективно, чем числа.

В эконометрике при рассмотрении взаимосвязей между двумя переменными  $X$  и  $Y$  выделяют одну из величин как независимую (объясняющую), а другую – как зависимую (объясняемую). В этом случае изменение первой из них может служить причиной для изменения другой. Для отражения того факта, что реальные значения зависимой переменной не всегда совпадают с ее условными математическими ожиданиями и могут быть различными при одном и том же значении объясняющей переменной (наборе объясняющих переменных), фактическая зависимость должна быть дополнена слагаемым  $\varepsilon$ , которое, по существу, является случайной величиной и указывает на статистическую суть зависимости [22].

Для построения прогнозной модели, которая позволяет спрогнозировать население в Украине в 2020 г. используем две переменные - X (исследуемый год) и Y (количество населения) (табл. 3.1).

Таблица 3.1

## Входящие данные

X	Y
1994	52114,40
1995	51728,40
1996	51297,10
1997	50818,40
1998	50370,80
1999	49918,10
2000	49429,80
2001	48923,20
2002	48457,10
2003	48003,50
2004	47622,40
2005	47280,80
2006	46929,50
2007	46646,00
2008	46372,70
2009	46143,70
2010	45962,90
2011	45778,50
2012	45633,60
2013	45553,00
2014	45426,20
2015	42929,30
2016	42760,50
2017	42584,50
2018	42386,40
2019	42153,20

В нашем случае *простой линейной регрессии* в качестве *нулевой гипотезы* предположим, что между переменными  $\mu_{y(i)}$  и  $X_i$  существует линейная взаимосвязь  $\mu_{y(i)} = \alpha * X_i + \beta$  [16].

Уравнение  $\mu_{y(i)} = \alpha * X_i + \beta$  можно переписать в обобщенном виде (для всех  $X$  и  $\mu_y$ ) как  $\mu_y = \alpha * X + \beta$ .

Для наглядности построим диаграмму рассеяния (рис. 3.1).

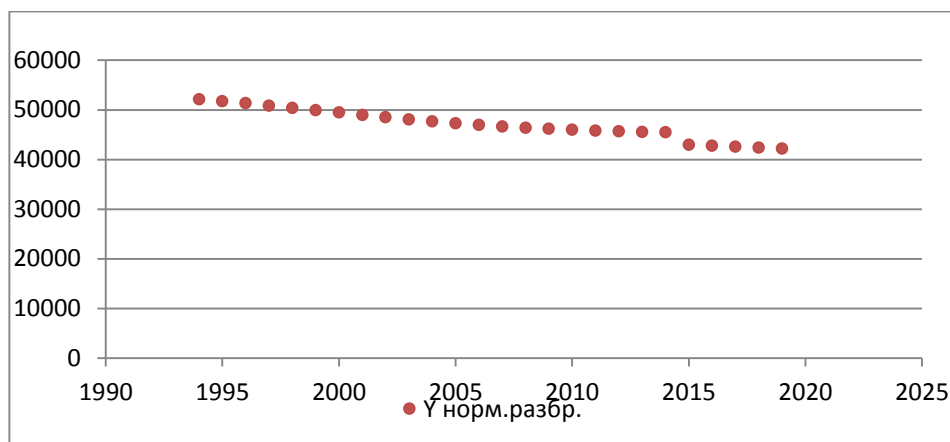


Рис. 3.1. Диаграмма рассеяния

Приведенная на рис. 3.1 диаграмма рассеяния свидетельствует о возможной линейной взаимосвязи между  $Y$  от  $X$ : очевидно, что точки данных в основном располагаются вдоль прямой линии.

Для проверки гипотезы о линейной взаимосвязи переменной  $Y$  от  $X$  делают выборку из генеральной совокупности (этой совокупности соответствует регрессионная линия генеральной совокупности, т.е.  $\mu_y = \alpha * X + \beta$ ). Выборка будет состоять из  $n$  точек, т.е. из  $n$  пар значений  $\{X; Y\}$ .

Для построения прогнозной модели необходимо пройти несколько этапов:

Этап 1. Оценка неизвестных параметров.

Этап 2. Проверка адекватности модели.

Неизвестные параметры простой линейной регрессионной модели  $Y = \alpha * X + \beta + \epsilon$  оценим с помощью метода наименьших квадратов [15].

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})(y_i - y_{\text{ср}})}{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})^2}$$

$$b = y_{\text{ср}} - ax_{\text{ср}}$$

Таким образом, мы получим уравнение прямой линии  $Y = a * X + b$ , которая наилучшим образом аппроксимирует имеющиеся данные.

Оценку параметров в MS EXCEL можно выполнить различными способами:

- с помощью функций НАКЛОН() и ОТРЕЗОК() ;
- с помощью функции ЛИНЕЙН() ; см. статью Функция MS EXCEL ЛИНЕЙН()
- формулами через статистики выборки ;
- с помощью инструмента Регрессия надстройки Пакет Анализа .

В MS EXCEL наклон прямой линии  $a$  (оценку коэффициента регрессии), можно найти по методу МНК с помощью функции НАКЛОН(), а сдвиг  $b$  (оценку постоянного члена или константы регрессии), с помощью функции ОТРЕЗОК(). В английской версии это функции SLOPE и INTERCEPT соответственно.

Аналогичный результат можно получить с помощью функции ЛИНЕЙН(), английская версия LINEST.

Формула =ЛИНЕЙН(C23:C48;B23:B48) вернет наклон  $a$ . А формула =ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(C23:C48;B23:B48);2) - сдвиг  $b$ .

Функция ЛИНЕЙН() имеет 4 аргумента и возвращает целый массив значений:

ЛИНЕЙН(известные\_значения\_y; [известные\_значения\_x]; [конст]; [статистика])

Если 4-й аргумент статистика имеет значение ЛОЖЬ или опущен, то функция ЛИНЕЙН() возвращает только оценки параметров модели:  $a$  и  $b$ .

Для заданных входящих данных получим следующий результаты:



<b>Наклон (а, коэфф.регрессии)</b>	-386,0587
<b>Сдвиг(в, пост.член, константа регрессии)</b>	821673,7916

Рис. 3.2. Коэффициенты регрессии помощью функции НАКЛОН(),  
ОТРЕЗОК()

<b>Наклон (а, коэфф.регрессии)</b>	-386,06
<b>Сдвиг(в, пост.член, константа регрессии)</b>	821673,79

Рис. 3.3. Коэффициенты регрессии помощью функции ЛИНЕЙН()

Наклон линии, т.е. коэффициент а , можно также вычислить через коэффициент корреляции и стандартные отклонения выборок :

$$= \text{КОРРЕЛ}(\text{B23:B48};\text{C23:C48}) * (\text{СТАНДОТКЛОН.В}(\text{C23:C48}) / \text{СТАНДОТКЛОН.В}(\text{B23:B48}))$$

Вышеуказанная формула математически эквивалентна отношению ковариации выборок X и Y и дисперсии выборки X:

$$= \text{КОВАРИАЦИЯ.В}(\text{B23:B48};\text{C23:C48}) / \text{ДИСП.В}(\text{B23:B48})$$

Для отображения линии регрессии построим сначала диаграмму рассеяния, на которой отобразим все точки.

Для построения прямой линии используйте вычисленные выше оценки параметров модели а и b(т.е. вычислите у по формуле  $y = a * x + b$  ) (табл. 3.2).

Формула = ТЕНДЕНЦИЯ(\$C\$23:\$C\$83;\$B\$23:\$B\$83;B23) также возвращает расчетные (прогнозные) значения  $\hat{y}_i$  для заданного значения  $X_i$  из столбца B2.

Линию регрессии можно также построить с помощью функции ПРЕДСКАЗ().

Эта функция возвращает прогнозные значения  $\hat{y}_i$ , но, в отличие от функции ТЕНДЕНЦИЯ() работает только в случае одного регрессора.

Таблица 3.2

## Нахождение прогнозных значений

Х	Y	Y тренд
1994	52114,40	51872,81
1995	51728,40	51486,75
1996	51297,10	51100,69
1997	50818,40	50714,63
1998	50370,80	50328,58
1999	49918,10	49942,52
2000	49429,80	49556,46
2001	48923,20	49170,40
2002	48457,10	48784,34
2003	48003,50	48398,28
2004	47622,40	48012,22
2005	47280,80	47626,16
2006	46929,50	47240,11
2007	46646,00	46854,05
2008	46372,70	46467,99
2009	46143,70	46081,93
2010	45962,90	45695,87
2011	45778,50	45309,81
2012	45633,60	44923,75
2013	45553,00	44537,70
2014	45426,20	44151,64
2015	42929,30	43765,58
2016	42760,50	43379,52
2017	42584,50	42993,46
2018	42386,40	42607,40
2019	42153,20	42221,34

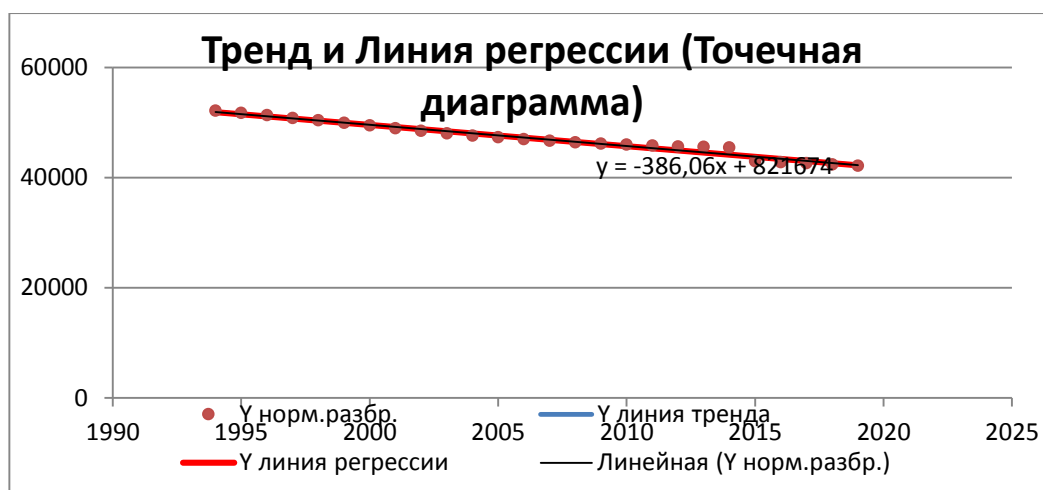


Рис. 3.3. Линия тренда

Исследуем параметры модели и оценим ее качество.

Коэффициент детерминации  $R^2$  показывает насколько полезна построенная нами линейная регрессионная модель .

Предположим, что у нас есть  $n$  значений переменной  $Y$  и мы хотим предсказать значение  $y_i$ , но без использования значений переменной  $X$  (т.е. без построения регрессионной модели ). Очевидно, что лучшей оценкой для  $y_i$  будет среднее значение  $\bar{y}$ . Соответственно, ошибка предсказания будет равна  $(y_i - \bar{y})$ .

После построения регрессионной модели для предсказания значения  $y_i$  мы будем использовать значение  $\hat{y}_i = a \cdot x_i + b$ . Ошибка предсказания теперь будет равна  $(y_i - \hat{y}_i)$ .

Теперь с помощью диаграммы сравним ошибки предсказания полученные без построения модели и с помощью модели (рис. 3.4).

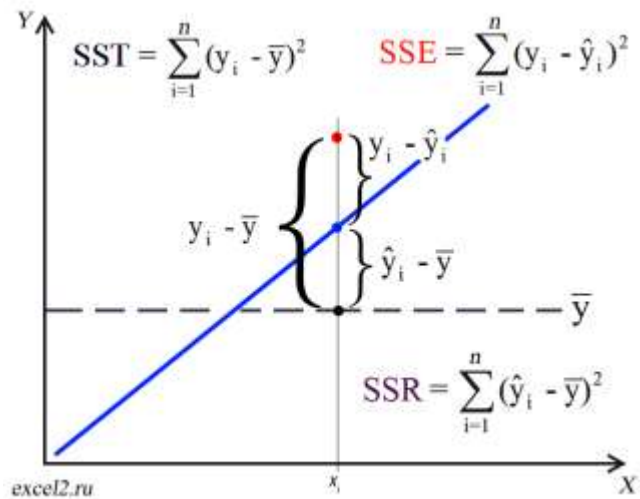


Рис. 3.4. Сравнение ошибки предсказания [16]

Очевидно, что используя регрессионную модель мы уменьшили первоначальную (полную) ошибку  $(y_i - \bar{y})$  на значение  $(\hat{y}_i - \bar{y})$  до величины  $(y_i - \hat{y}_i)$ .

$(y_i - \hat{y}_i)$  – это оставшаяся, необъясненная ошибка.

Очевидно, что все три ошибки связаны выражением:

$$(y_i - \bar{y}) = (\hat{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \hat{y}_i)$$

Можно показать, что в общем виде справедливо следующее выражение:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} \sum (Y - \bar{Y})^2 &= \sum [(Y - \hat{Y}) + (\hat{Y} - \bar{Y})]^2 \\ &= \sum (Y - \hat{Y})^2 + 2\sum (Y - \hat{Y})(\hat{Y} - \bar{Y}) + \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 \\ &= \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum (Y - \hat{Y})^2 \end{aligned}$$

или в других, общепринятых в зарубежной литературе, обозначениях:

$$SST = SSR + SSE$$

Что означает:

Total Sum of Squares = Regression Sum of Squares + Error Sum of Squares

Как видно из формулы величины SST, SSR, SSE имеют размерность дисперсии (вариации) и соответственно описывают разброс (изменчивость): Общую изменчивость (Total variation), Изменчивость объясненную моделью (Explained variation) и Необъясненную изменчивость (Unexplained variation).

По определению коэффициент детерминации  $R^2$  равен:

$R$

$^2 = \text{Изменчивость объясненная моделью} / \text{Общая изменчивость.}$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Этот показатель равен квадрату коэффициента корреляции и в MS EXCEL его можно вычислить с помощью функции КВПИРСОН() или ЛИНЕЙН() :

=ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(C23:C478;B23:B48;;ИСТИНА);3)

Для построенной модели  $R^2 = 0,9746$ , что говорит о том, что 97,46 % входящих данных объясняются заданной регрессией.

Стандартная ошибка регрессии (Standard Error of a regression) показывает насколько велика ошибка предсказания значений переменной  $Y$  на основании значений  $X$ . Отдельные значения  $Y_i$  мы можем предсказывать лишь с точностью +/- несколько значений (обычно 2-3, в зависимости от формы распределения ошибки  $\varepsilon$ ).

Согласно уравнению линейной регрессионной модели  $Y = a \cdot X + \beta + \varepsilon$ , ошибка  $\varepsilon$  имеет случайную природу, т.е. является случайной величиной и поэтому имеет свою функцию распределения со средним значением  $\mu$  и дисперсией  $\sigma^2$ .

Оценив значение дисперсии  $\sigma^2$  и вычислив из нее квадратный корень – получим Стандартную ошибку регрессии. Чем точки наблюдений на диаграмме рассеяния ближе находятся к прямой линии, тем меньше Стандартная ошибка.

Оценим дисперсию  $\sigma^2$ . Помимо вычисления Стандартной ошибки регрессии эта оценка нам потребуется в дальнейшем еще и при построении доверительных интервалов для оценки параметров регрессии  $a$  и  $b$ .

Для оценки дисперсии ошибки  $\varepsilon$  используем остатки регрессии - разности между имеющимися значениями  $y_i$  и значениями, предсказанными регрессионной моделью  $\hat{y}$ . Чем лучше регрессионная модель согласуется с данными (точки располагается близко к прямой линии), тем меньше величина остатков.

Для оценки дисперсии  $\sigma^2$  используют следующую формулу:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n - 2} = MSE$$

где SSE – сумма квадратов значений ошибок модели  $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$  ( Sum of Squared Errors ).

$$SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Оценка дисперсии  $\sigma^2$  также имеет общепринятое обозначение MSE (Mean Square of Errors), т.е. среднее квадратов ошибок или MSRES (Mean Square of Residuals), т.е. среднее квадратов остатков.

Математическое ожидание случайной величины MSE равно дисперсии ошибки  $\varepsilon$ , т.е.  $\sigma^2$ .

Чтобы понять почему SSE выбрана в качестве основы для оценки дисперсии ошибки  $\varepsilon$ , вспомним, что  $\sigma^2$  является также дисперсией случайной величины  $Y$  (относительно среднего значения  $\mu$ , при заданном значении  $X_i$ ). А т.к. оценкой  $\mu$  является значение  $\hat{y}_i = a * X_i + b$  (значение уравнения регрессии при  $X = X_i$ ), то логично использовать именно SSE в качестве основы для оценки дисперсии  $\sigma^2$ . Затем SSE усредняется на количество точек данных  $n$  за вычетом числа 2. Величина  $n-2$  – это количество степеней

свободы (df – degrees of freedom ), т.е. число параметров системы, которые могут изменяться независимо (вспомним, что у нас в этом примере есть  $n$  независимых наблюдений переменной  $Y$ ). В случае простой линейной регрессии число степеней свободы равно  $n-2$ , т.к. при построении линии регрессии было оценено 2 параметра модели.

Итак, как сказано было выше, квадратный корень из  $s^2$  имеет специальное название Стандартная ошибка регрессии ( Standard Error of a regression ) и обозначается SEy. SEy показывает насколько велика ошибка предсказания. Если ошибки предсказания  $\varepsilon$  имеют нормальное распределение, то примерно  $2/3$  всех предсказанных значений будут на расстоянии не больше SEy от линии регрессии . SEy имеет размерность переменной  $Y$  и откладывается по вертикали. Часто на диаграмме рассеяния строят границы предсказания соответствующие  $\pm 2$  SEy (т.е. 95% точек данных будут располагаться в пределах этих границ).

В MS EXCEL стандартную ошибку SEy можно вычислить непосредственно по формуле:

=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(C23:C48;  
ТЕНДЕНЦИЯ(C23:C48;B23:B48;B23:B48)) / ( СЧЁТ(B23:B48) -2))

или с помощью функции ЛИНЕЙН() :

= ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(C23:C48;B23:B48;;ИСТИНА);3;2)

Показатель	Значение
n	26
Xсреднее	2006,500
Yсреднее	47047,077
SST	223658846,8
SSR (ssreg)	217972893
SSE (ssresid)	5685954
sey (ст.ош.перп)	486,7389004
se (наклон)	12,72765
seb (сдвиг)	25538,202
F (знач.тест.стат.)	920,048
DF	24
R <sup>2</sup>	0,9746

Рис. 3.5. Значения стандартных ошибок

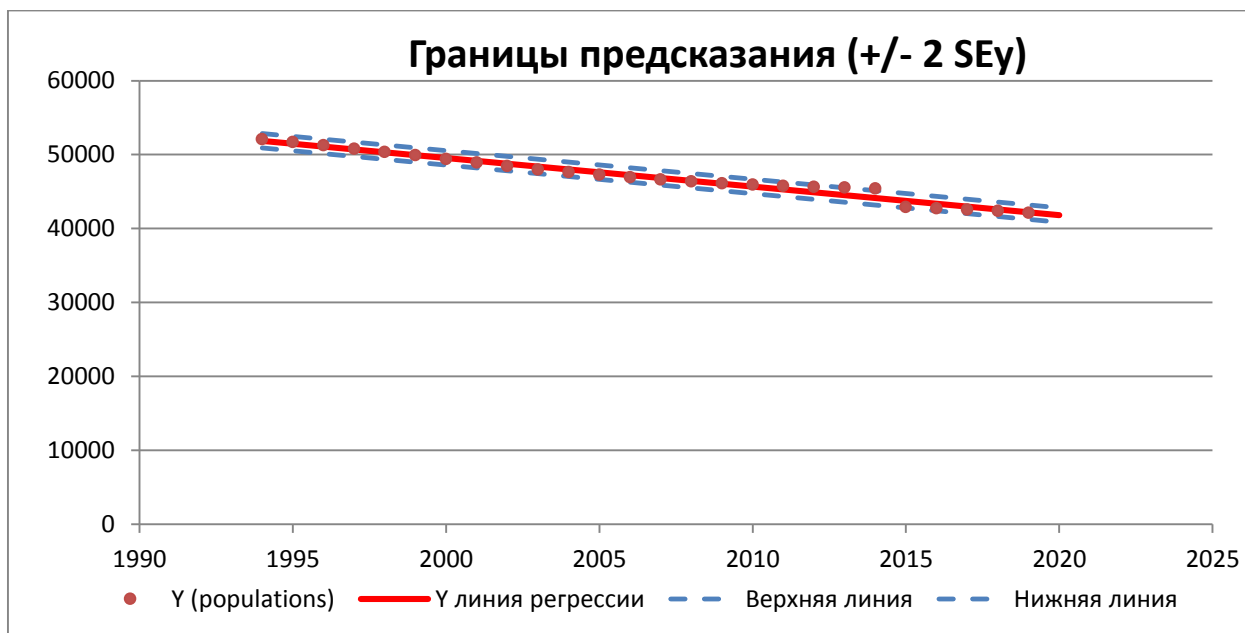


Рис. 3.6. Границы предсказания

Стандартная ошибка коэффициента регрессии  $a$  вычисляется на основании стандартной ошибки регрессии по следующей формуле:

$$S_e = \frac{SE_y}{S_x \sqrt{n - 1}}$$

где  $S_x$  – стандартное отклонение величины  $x$ , вычисляемое по формуле:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n - 1}}$$

где  $SE_y$  – стандартная ошибка регрессии, т.е. ошибка предсказания значения переменной  $Y$  ( см. выше ).

В MS EXCEL стандартную ошибку коэффициента регрессии  $Se$  можно вычислить напрямую по вышеуказанной формуле:



= КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(C23:C48;  
ТЕНДЕНЦИЯ(C23:C48;B23:B48;B23:B48)) / ( СЧЁТ(B23:B48) -2))/  
СТАНДОТКЛОН.В(B23:B48) /КОРЕНЬ(СЧЁТ(B23:B48) -1)

или с помощью функции ЛИНЕЙН() :

= ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(C23:C48;B23:B48;;ИСТИНА);2;1)

При построении двухстороннего доверительного интервала для коэффициента регрессии его границы определяются следующим образом:

$$\hat{a} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} * S_e(\hat{a}) \leq a \leq \hat{a} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} * S_e(\hat{a})$$

где  $t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$  - квантиль распределения Стьюдента с n-2 степенями свободы. Величина  $a$  с «крышкой» является другим обозначением наклона  $a$  .

Например для уровня значимости  $\alpha=0,05$ , можно вычислить с помощью формулы =СТЮДЕНТ.ОБР.2Х(0,05;n-2).

Вышеуказанная формула следует из того факта, что если ошибки регрессии распределены нормально и независимо, то выборочное распределение случайной величины

$$(\hat{a} - a)/S_e(\hat{a})$$

является t-распределением Стьюдента с n-2 степенью свободы (то же справедливо и для наклона  $b$  ).

В результате получим, что найденный доверительный интервал с вероятностью 95% (1-0,05) накроет истинное значение коэффициента регрессии. Здесь мы считаем, что коэффициент регрессии  $a$  имеет *распределение Стьюдента* с n-2 степенями свободы (n – количество наблюдений, т.е. пар X и Y) (рис. 3.7).

Проверка значимости взаимосвязи	
Проверка через наклон a (Двусторонняя гипотеза)	
альфа	0,05
SE	12,728
a	-386,059
DF	24
t0	-30,3323
таблица, DF	2,06
Отклонить H0?	ИСТИНА

Рис. 3.7. Проверка значимости

Стандартная ошибка сдвига b вычисляется по следующей формуле:

$$S_{eb} = SE_y * \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_x^2(n-1)}}$$

В MS EXCEL стандартную ошибку сдвига  $S_{eb}$  можно вычислить с помощью функции ЛИНЕЙН() :

=ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(C23:C83;B23:B83;;ИСТИНА);2;2)

При построении двухстороннего доверительного интервала для сдвига его границы определяются аналогичным образом как для наклона :  $b \pm t * S_{eb}$ .

Проверим модель на адекватность.

Модель адекватна, когда все предположения, лежащие в ее основе, выполнены.

Проверка адекватности модели в основном основана на исследовании остатков модели (model residuals), т.е. значений  $e_i = y_i - \hat{y}_i$  для каждого  $X_i$ . В рамках простой линейной модели n остатков имеют только n-2 связанных с ними степеней свободы . Следовательно, хотя, остатки не являются независимыми величинами, но при достаточно большом n это не оказывает какого-либо влияния на проверку адекватности модели [12].

Чтобы проверить предположение о нормальности распределения ошибок строят график проверки на нормальность (Normal probability Plot) (рис. 3.8).

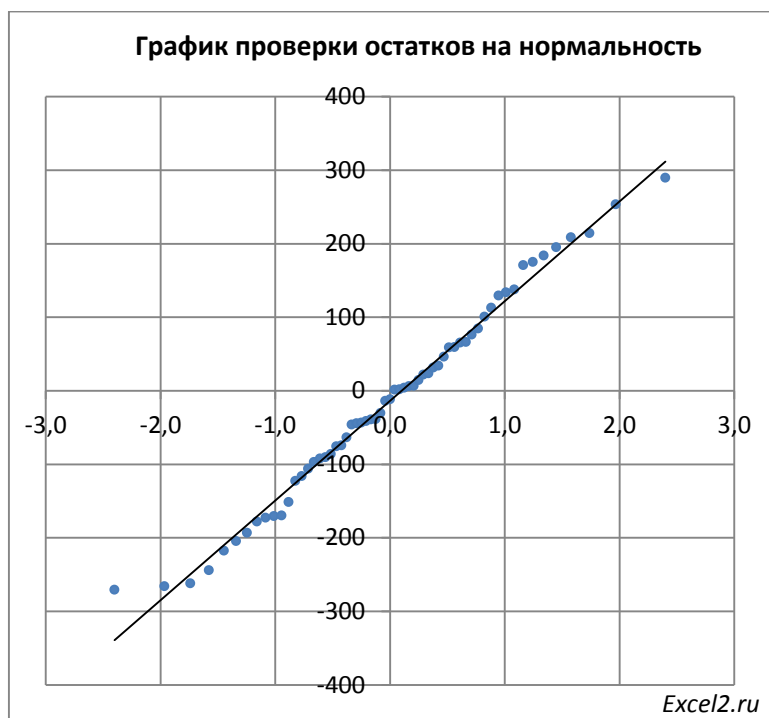


Рис. 3.8. График проверки остатков на нормальность

Значения остатков располагаются вдоль прямой, что говорит о нормальности распределения.

Также при проверке модели на адекватность часто строят график зависимости остатков от предсказанных значений  $\hat{Y}$ . Если точки не демонстрируют характерных, так называемых «паттернов» (шаблонов) типа воронки или другого неравномерного распределения, в зависимости от значений  $\hat{Y}$ , то у нас нет очевидных доказательств неадекватности модели (рис. 3.9).



Рис. 3.9. График остатков

График остатков свидетельствует о адекватности модели.

### 3.2. Прогнозная модель количества населения Коморских островов

Построим прогнозную модель для исследования количества населения Коморских островов.

Используем следующие данные (табл. 3.3), где  $X$  – исследуемый год,  $Y$  – соответствующее году количество населения.

Для полученных данных построим корреляционное поле - графическое изображение исходных данных, которое позволит сделать предварительное заключение о характере и форме зависимости (рис. 3.10).

Поскольку согласно рис. 3.10 результативный признак по сравнению с факторным увеличивается с одинаковой скоростью — связь прямолинейная, а поэтому используем парную линейную регрессию для построения прогнозной модели.

Таблица 3.3

## Входящие данные

<b>X (год)</b>	<b>Y (население)</b>
1994	46 227,70
1995	47 539,40
1996	48 862,70
1997	50 195,30
1998	51 538,50
1999	52 884,80
2000	54 235,70
2001	55588,800
2002	56947,900
2003	58321,100
2004	59722,800
2005	61162,700
2006	62642,500
2007	64162,000
2008	65722,900
2009	67325,200
2010	68969,200
2011	70656,900
2012	72387,100
2013	74150,500
2014	75939,000
2015	77742,400
2016	79559,200
2017	81389,200
2018	83232,200

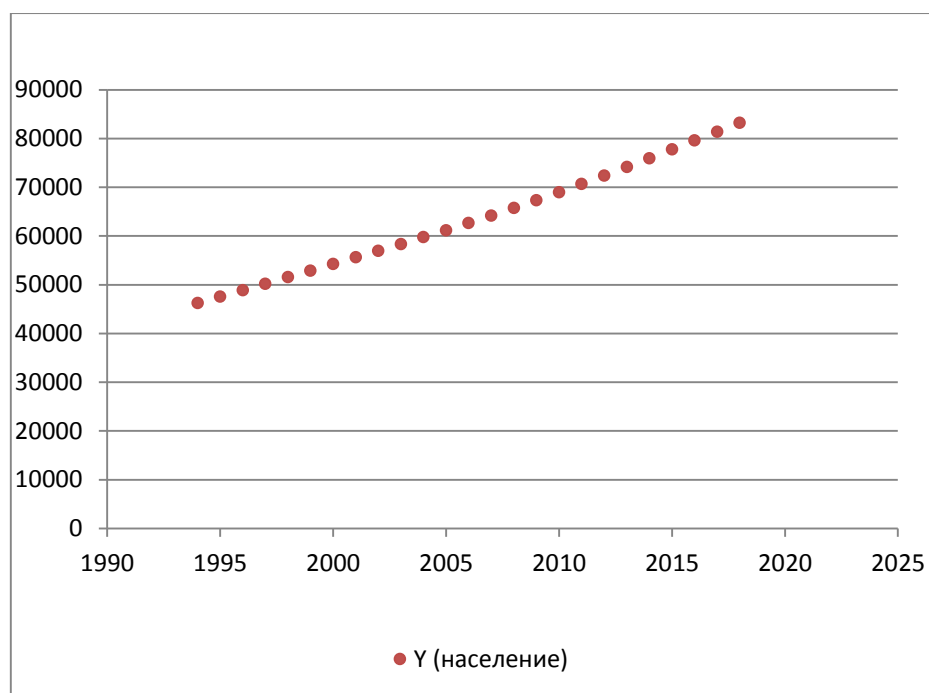


Рис. 3.10. Корреляционное поле

Найдем параметры парной линейной регрессии с помощью МНК (рис. 3.10).

Результат функции ЛИНЕЙН()		
	1	2
1	1530,538846	-3006776,6974
2	19,88589535	39891,3638
3	0,996132356	716,9962
4	5923,77309	23
5	3045313907	11823920,13

Рис. 3.10. МНК

Используя полученные результаты построим прогнозную модель (рис. 3.11).

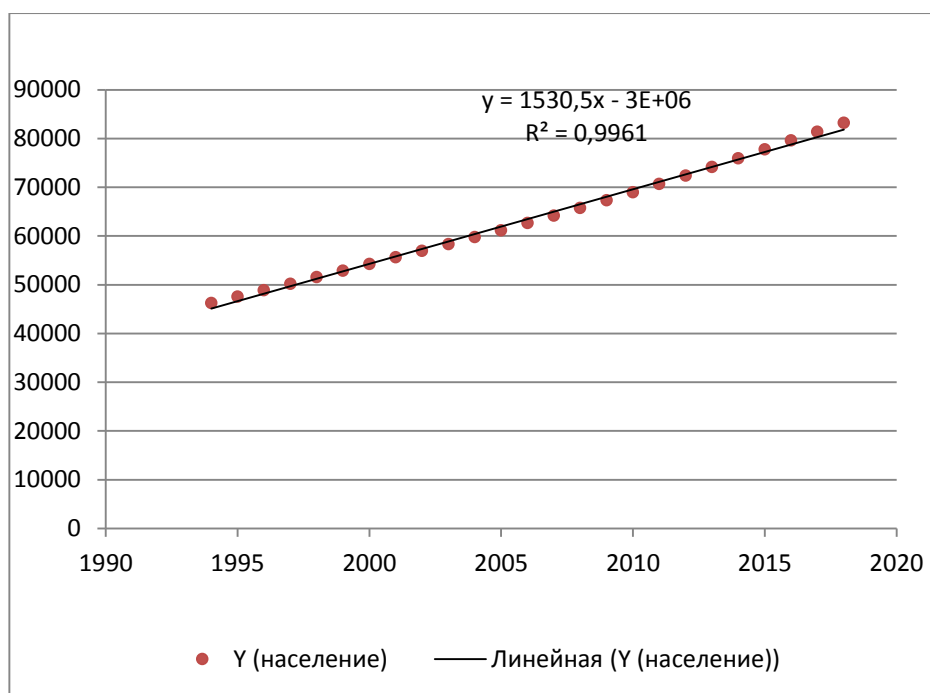


Рис. 3.11. Прогнозная модель

Проверим параметры модели на адекватность.

Оценка значимости уравнения регрессии в целом сделаем с помощью критерия Фишера. При этом выдвинем нулевую гипотезу про то, что коэффициент регрессии равен нулю, т.е.  $b=0$ , и следовательно фактор  $x$  не влияет на результат  $y$ .

Для проверки данной гипотезы сравним расчетное и нормативное значения критерия Фишера (рис. 3.12).

F (знач.тест.стат.)	5923,773
DF	23

Рис. 3.12. Значения критерия Фишера

Так как  $F > DF$  – можем сделать вывод о значимости уравнения регрессии в целом.

Величина критерия Фишера связана с коэффициентом детерминации  $R^2$ . Полученное значение коэффициента детерминации – 0,9961 позволяет нам сделать вывод, что 99,6% входящих данных соответствуют выбранной прогнозной модели.

Значение коэффициента корреляции – 0,998 свидетельствует о тесноте связи между переменными  $X$ ,  $Y$ .

Выполним проверку значимости взаимосвязей (рис. 3.13).

Проверка значимости взаимосвязи	
Проверка через наклон $a$ (Двусторонняя гипотеза)	
альфа	0,05
SE	19,886
$a$	1530,539
DF	23
$t_0$	76,9661
$t_{\alpha/2, DF}$	2,07
Отклонить $H_0$ ?	ИСТИНА

Рис. 3.13. Значимость взаимосвязей

Полученные результаты на рис. 3.13 говорят о значимости коэффициентов регрессии.

Для построенной модели получили следующие границы предсказания (рис. 3.14).

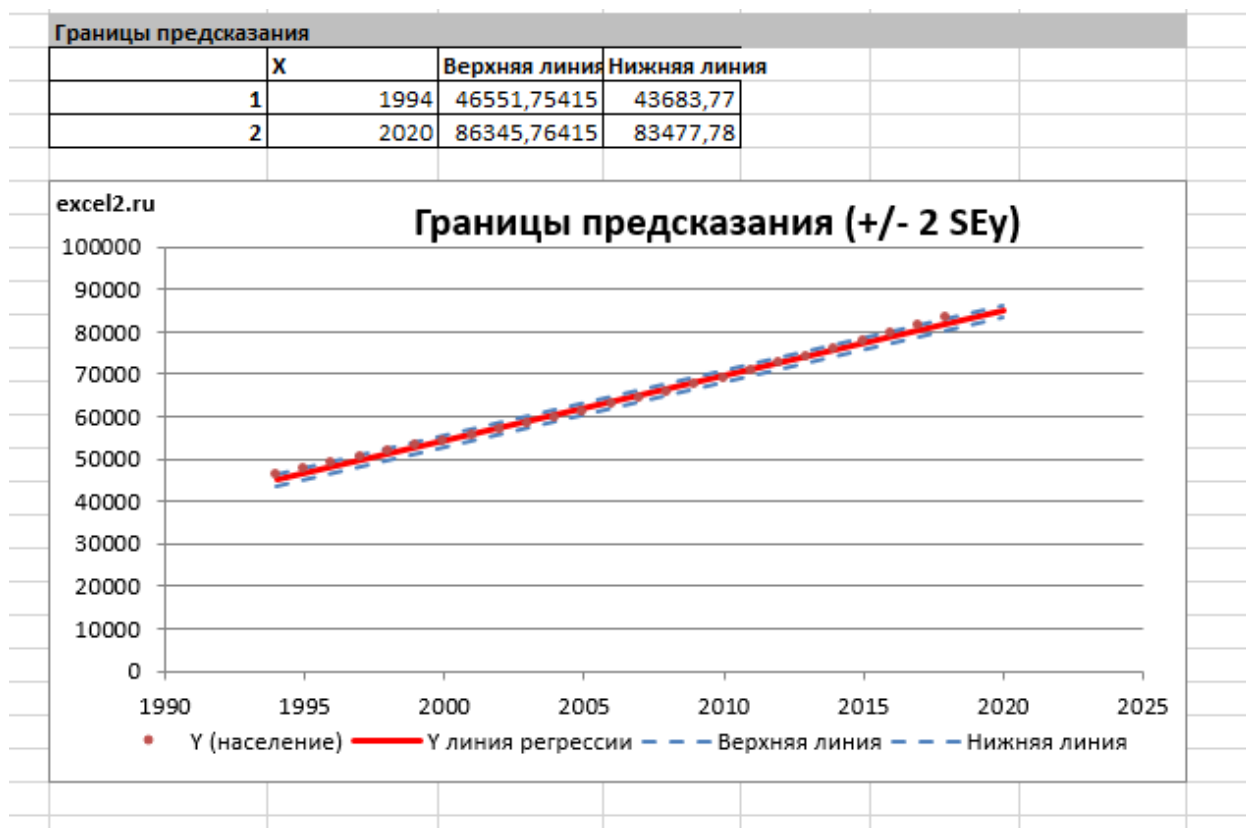


Рис. 3.14. Границы предсказания



Выполним проверку остатков на нормальность распределения (рис. 3.15).

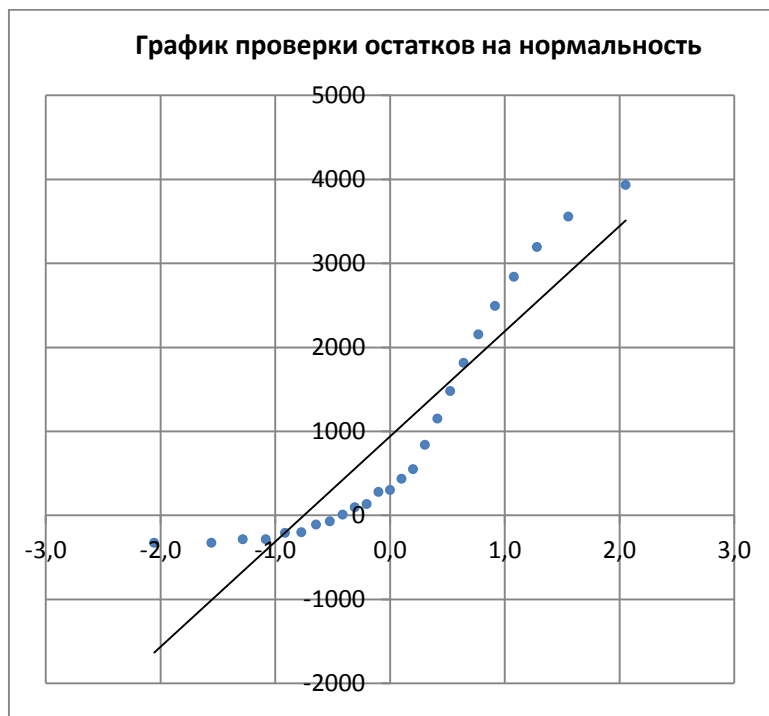


Рис. 3.15. График проверки остатков на нормальность

Полученные данные свидетельствуют о том, что выполняется нормальное распределение.

Выводы к разделу 3.

Для построения прогнозных моделей анализа демографических процессов в Украине и на Коморских островах был использован корреляционно-регрессионный анализ и парная линейная регрессия.

Прогнозная модель для Украины имеет уравнение вида  $y = -386.06x + 821674$ . Проведенный анализ параметров модели указывает на то, что модель значимая, адекватная, коэффициенты модели значимые, остатки соответствуют нормальному распределению. Для 2020 г. было получено расчетное значение популяции населения – 41564,27. Нижний и верхний прогнозные интервалы имеют следующие значения - 40861,80 и 42808,76.

Прогнозная модель для Коморских островов имеет уравнение вида  $y = 1530,5x - 3E+06$ . Проведенный анализ параметров модели указывает на то, что модель значимая, адекватная, коэффициенты модели значимые, остатки соответствуют нормальному распределению. Для 2020 г. было получено расчетное значение популяции населения – 84911,77. Нижний и верхний прогнозные интервалы имеют следующие значения - 83477,78 и 86345,76

## ВЫВОДЫ

1. Модель – это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала. Наиболее популярными являются функциональные модели, модели физических процессов, экономические модели, процедурные модели. Для исследования экономических и социальных процессов наиболее часто используются прогнозные модели. Выбор метода прогнозирования и его эффективность зависят от многих условий, и в частности от требуемой длины или времени прогнозирования. Одним из наиболее используемых методов прогнозирования является регрессионный анализ — метод моделирования измеряемых данных и исследования их свойств. Данные состоят из пар значений зависимой переменной (переменной отклика) и независимой переменной (объясняющей переменной). Регрессионная модель есть функция независимой переменной и параметров с добавленной случайной переменной. Параметры модели настраиваются таким образом, что модель наилучшим образом приближает данные. Критерием качества приближения (целевой функцией) обычно является среднеквадратичная ошибка: сумма квадратов разности значений модели и зависимой переменной для всех значений независимой переменной в качестве аргумента.

2. В качестве требований, предъявляемых к модели, можно определить такие, как адекватность, полнота-простота и эффективность. Модель адекватна объекту, если результаты моделирования подтверждаются на практике и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах.

3. Особенности демографической ситуации в Украине формируются под действием внешних и внутренних факторов, в том числе природных условий, базового генофонда, правовых, моральных и религиозных норм, административнорегулятивных актов, экологических условий проживания и т.п. Основными демографическими проблемами Украины являются –

демографический кризис, связанный с сокращением населения Украины, низкий уровень рождаемости, высокий уровень смертности.

4. Союз Коморских Островов является бурно развивающейся в демографическом отношении страной, в которой среднегодовой прирост населения составляет 2,1%, а плотность населения – 309 человек на км<sup>2</sup>, увеличиваясь до 575 человек на км<sup>2</sup> на острове Нджуани. При этом 72% населения проживают в сельской местности. На женщин приходится 50,4% всего населения, которое в основном – 72,1% – проживает в сельской местности.

5. Прогнозная модель для Украины имеет уравнение вида  $y = -386.06x + 821674$ . Проведенный анализ параметров модели указывает на то, что модель значимая, адекватная, коэффициенты модели значимые, остатки соответствуют нормальному распределению. Для 2020 г. было получено расчетное значение популяции населения – 41564,27. Нижний и верхний прогнозные интервалы имеют следующие значения - 40861,80 и 42808,76.

6. Прогнозная модель для Коморских островов имеет уравнение вида  $y = 1530,5x - 3E+06$ . Проведенный анализ параметров модели указывает на то, что модель значимая, адекватная, коэффициенты модели значимые, остатки соответствуют нормальному распределению. Для 2020 г. было получено расчетное значение популяции населения – 84911,77. Нижний и верхний прогнозные интервалы имеют следующие значения - 83477,78 и 86345,76.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акаев А.А. Моделирование и прогнозирование глобального, регионального и национального развития / А.А. Акаев, А.В. Коротаев, Г.Г. Малинецкий. - М.: КД Либроком, 2012. - 488 с.
2. Алексеев А.Р. Экономическая статистика : учебник для вузов / [Алексеев А.Р., Воробьев А.Н., Громыко Г.Л., и др.] ; под ред. Ю.Н. Иванова. - М.: ИНФРА-М, 2007. - 734 с.
3. Афанасьев В.Н. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник / В.Н. Афанасьев. - М.: Финансы и статистика, 2012. - 320 с.
4. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования : учеб. пособие / Л. О. Бабешко. - Изд. 4-е. - М. : КомКнига, 2010. - 428 с.
5. Бабич Т.Н. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учебное пособие / Т.Н. Бабич, И.А. Козьева, Ю.В. Вертакова, Э.Н. Кузьбожев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с.
6. Бутакова М.М. Экономическое прогнозирование: методы и приемы практических расчетов: Учебное пособие / М.М. Бутакова. - М.: КноРус, 2017. - 128 с.
7. Всемирный банк. Режим доступа: <https://www.vsemirnyjbank.org/>
8. Гладилин А. В. Эконометрика: учебное пособие для вузов/А. В. Гладилин, А. Н. Герасимов, Е. И. Громов.-2-е изд., стереотип.- М.:КНОРУС,2008.-226
9. Государственная служба статистики Украины. Режим доступа: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)
10. Демографический энциклопедический словарь/Гл.ред. Валентей Д.И. М.:Советская энциклопедия – 1985
11. Демография и статистика населения. Сборник задач для бакалавров. - М.: Логос, 2015. - 509 с.

12. Доугерти К. Введение в эконометрику: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 402 с.
13. Ильченко А.Н. Практикум по экономико-математическим методам: учеб. пособие / А. Н. Ильченко, О. Л. Ксенофонтова, Г. В. Канакина. - М.: Финансы и статистика: ИНФРА-М, 2009. - 287 с.
14. Катышев П.К., Магнус Я.Р., Пересецкий А.А. Сборник задач к начальному курсу эконометрики. – М.: Дело, 2002. – 208 с.
15. Клещина М.Г. Экономическое прогнозирование: Учебное пособие / М.Г. Клещина. - М.: ИД МИСиС, 2012. - 88 с.
38. Клинов, В.Г. Прогнозирование долгосрочных тенденций в развитии мирового хозяйства: Учебное пособие / В.Г. Клинов. - М.: Магистр, 2017. - 544 с.
16. Кочетыгов А.А. Основы эконометрики : учеб. пособие для вузов / А. А. Кочетыгов, Л. А. Толоконников. - М. ; Ростов н/Д : МарТ, 2007. - 343 с.
17. Красс М.С. Математика в экономике. Математические методы и модели : учеб. для вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М. : Финансы и статистика, 2007. - 541 с.
18. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 311 с.
19. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – М.: Дело, 2007. – 400 с.
20. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики : учеб.-справ. пособие для бакалавров / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под ред. Н. Ш. Кремера. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2012 . – 685 с.
21. Орлов А.И. Эконометрика : учебник / А.И. Орлов. – М. : Изд-во «Экзамен», 2002. - 576 с.
22. Практикум по эконометрике: Учебн. пособие / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 192 с.

23. Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учебник для вузов: В 2-х т. – Т. 1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. – М: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 656 с.
24. Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учебник для вузов: В 2-х т. – Т. 2. Айвазян С.А. Основы эконометрики. – М: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 432 с.
25. Ратникова Т.А. Анализ панельных данных в пакете STATA . Методические указания к компьютерному практикуму по курсу «Эконометрический анализ панельных данных». ГУ-ВШЭ, 2005
26. Ратникова Т.А. Введение в эконометрический анализ панельных данных. ЭЖ ВШЭ, т.10, №2 - 4, 2006
27. Садовникова Н.А. Анализ временных рядов и прогнозирование / Н.А. Садовникова, Р.А. Шмойлова. - М.: МФПУ Синергия, 2016. - 152 с.
28. Салин В.Н. Социально-экономическая статистика : учебник / В.Н. Салин, Е.П. Шпаковская. - М. : Юристъ, 2001. - 457 с.
29. Статистика населения и демография + eПриложение: тесты : учебник / Т.А. Долбик-Воробей, О.Д. Воробьева. — Москва : КНОРУС, 2018. — 314 с.
30. Тихомиров Н. П. Эконометрика : учебник для вузов / Н. П. Тихомиров, Е. Ю. Дорохина. - М. : Экзамен, 2003. - 512 с.
31. Чураков Е.П. Прогнозирование экономических временных рядов / Е.П. Чураков. - М.: Финансы и статистика, 2008. - 208 с.
32. Эконометрика : учебник для вузов / под ред. Ю.Н. Иванова. - М. : ИНФРА-М, 2008. - 735 с.
33. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 344 с.
34. Эконометрика: Учебно-методическое пособие / Шалабанов А.К., Роганов Д.А. – Казань: ТИСБИ, 2005. – 56 с.
35. [www.Population data.net](http://www.Population data.net)